Corrigé de l'interro 4.

Exercice 1. f est dérivable en a si $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ existe (et est un nombre fini).

Exercice 2. $f'(x) = -\sin(2x^2) \times 4x = -4x\sin(2x^2)$

$$g'(x) = \frac{1}{\sin x} \times \cos x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+2x+3}} \times (2x+2) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$$

$$k'(x) = \frac{(e^x-1)(e^x+x)-(e^x+1)(e^x-x)}{(e^x+x)^2}$$

$$= \frac{\cancel{e^{2x}} + xe^x - e^x - \cancel{x} - (\cancel{e^{2x}} - xe^x + e^x - \cancel{x})}{(e^x+x)^2}$$

$$= \frac{2xe^x - 2e^x}{(e^x+x)^2}$$

$$= \frac{2e^x(x-1)}{(e^x+x)^2}$$

Exercice 3. Je développe par rapport à C_1.

$$\det(A_m) = 1 \times \begin{vmatrix} 1 & m \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - m \times \begin{vmatrix} m & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix}$$

$$= (3-2m) - m(3m-2) + (m^2-1)$$

$$= 3 - \cancel{2m} - 3m^2 + \cancel{2m} + m^2 - 1 = -2m^2 + 2$$

$\det A_m = 2(1-m^2)$

A_m inversible $\Leftrightarrow \det(A_m) \neq 0 \Leftrightarrow m^2 \neq 1$
$\Leftrightarrow m \neq 1$ et $m \neq -1$

A_m est inversible pour $m \in \mathbb{R} \setminus \{1; -1\}$.

<u>Exercice 4</u> J'utilise la méthode des cofacteurs.

$$\det B = 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -1 - 2 \times (-1) + 1$$

$$\det B = 2$$

$$\mathrm{Com}(B) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$${}^t\mathrm{Com}(B) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \, {}^t\mathrm{Com}(B) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$