UE 303 - Thermodynamique - 2010/2011

Contrôle Continu du 03/11/2010. Durée: 2h00mn

<u>Exercice 1</u> :

On suppose que l'atmosphère est un gaz réel en équilibre dans le champ de pesanteur. L'équation d'état de ce gaz réel est donneée par $P(v - nb) = nRT$, où v est un très petit volume pris à l'altitude z, n est le nombre de moles de ce gaz contenues dans v, P et T sont la pression et la température à cette altitude, R est la constante des gaz parfaits et b une constante.

Dans ce modèle, l'atmosphère est supposée isotherme de température T_0.

1) Etablir la relation $n = -P^{'}v/(g\mathcal{M})$, où $P^{'} = \frac{dP}{dz}$, g l'accélération de la pesanteur et $\mathcal{M}$ la masse molaire de l'air.

2) Etablir la relation

$$1 + \frac{b}{g\mathcal{M}}P^{'} = -\frac{RT_0}{g\mathcal{M}}\frac{P^{'}}{P} \tag{1}$$

3) Donner la relation entre la pression atmosphérique P et l'altitude z. On dénotera P_0 la pression à l'altitude $z = 0$.

4) Donner l'expression de la masse volumique ρ en fonction de la pression P.

<u>Exercice 2</u> :

1) En considérant V comme une fonction de T et P, écrire l'expression de la différentielle de V (c'est-à-dire, dV).

Au cours d'une très petite transformation thermodynamique sur un gaz réel (de volume V, pression P, température T et nombre de moles n), la variation du volume est donnée par

$$dV = \frac{nR}{P}dT - \frac{nRT}{P^2}dP \quad , \tag{2}$$

où R est la constante des gaz parfaits et b une constante.

2) Donner l'équation d'état de ce gaz ($V = V(T, P)$).

3) Donner, en fonction des deux variables T et P, les expressions des trois coéfficients thermoélastiques de ce gaz.

__Exercice 3__ :

1) Dessiner sur un graphe $(T\,,\,V)$, T en abscisse et V en ordonnée, l'isobar P_0 (une transformation thermodynamique à pression constante P_0) d'un gaz parfait. Placer, par rapport à l'isobar P_0, l'isobar $2P_0$.

Un gaz parfait est soumis aux transformations quasi-statiques suivantes:

a) $(V_0\,,\,P_0) \longrightarrow (2V_0\,,\,P_0)$

b) $(2V_0\,,\,P_0) \longrightarrow (2V_0\,,\,2P_0)$

c) $(2V_0\,,\,2P_0) \longrightarrow (V_0\,,\,2P_0)$

d) $(V_0\,,\,2P_0) \longrightarrow (V_0\,,\,P_0)$.

2) Représenter ces transformations dans un diagramme $(T\,,\,V)$.

3) Calculer le travail échangé au cours de chaque transformation et le travail total W.

4) Calculer la quantité de chaleur totale échangée au cours de ces transformations.

On peut répondre aux questions 3 *et* 4 *indépendamment des autres questions.*

UE 303 - Thermodynamique - 2009/2010

Examen du 14/12/2009. Durée: 2h00mn

Exercice 1 : *5pts*

Un récipient de volume constant $V = 2V_0$, à parois rigides et adiabatiques, est divisé en deux compartiments, chacun de volume V_0. Les deux compartiments sont séparés par une cloison. A l'instant initial, le compartiment de gauche contient n moles d'un gaz réel à la température T_0 et l'autre compartiment est vide. On perce alors la cloison et on attend que l'équilibre soit établi.

Ce gaz possède l'énergie interne $U(T,V) = nC_VT - \frac{an^2}{V} + U_0$ où C_V, la capacité calorifique molaire à volume constant, et U_0 sont deux constantes.

a) Que veut dire "à parois rigides et adiabatiques"? Que peut-on déduire alors du premier principe de la thermodynamique?

b) Calculer la variation de la température, ΔT, entre l'état initial et l'état final.

Application numérique: $C_V = \frac{n}{2V_0}$ et $a = 0,14$ J.m^3.mole^{-2}.

c) Sans faire de calcul, comparer avec le cas du gaz parfait (avec explications).

Exercice 2 :

Première partie: *7pts*

1) En partant de la relation fondamentale de l'entropie

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T}dV$$

calculer pour un gaz parfait $\Delta S = S_B - S_A$ entre les états $A = (P_A, V_A, T_A)$ et $B = (P_B, V_B, T_B)$ en fonction des variables (T_A, T_B, V_A, V_B). La transformation est réversible et le coefficient calorimétrique C_V est constant.

2) On Considère un gaz parfait, d'entropie molaire $S_0 = S(T_0, V_0)$, dans l'état initial (P_0, V_0, T_0). Donner l'expression de l'entropie S en fonction de T pour une transformation quasi-statique (réversible) à volume constant.

3) Donner l'allure de $S(T, V_0)$, dans le diagramme entropique (S en abscisse et T en ordonnée), entre les températures T_0 et T_1, ($T_1 > T_0$).
Tracer sur le même dessin la courbe $S(T, V_1)$, avec $V_1 > V_0$. Commenter la construction.

Deuxième partie: *8pts*
Le gaz décrit le cycle réversible suivant:
i) $(T_0, V_0) \longrightarrow (T_0, V_1)$
ii) $(T_0, V_1) \longrightarrow (T_1, V_1)$
iii) $(T_1, V_1) \longrightarrow (T_1, V_0)$
iv) $(T_1, V_0) \longrightarrow (T_0, V_0)$.
a) Représenter le cycle dans le diagramme entropique (S en abscisse et T en ordonnée).
b) Représenter le cycle dans un diagramme où V est en abscisse et T en ordonnée.
c) Calculer la quantité de chaleur échangée au cours de chaque transformation.
d) En déduire le travail total échangé au cours du cycle. La machine est un moteur ou un récepteur?.

A part la question a), les deux parties du problème peuvent être concidérées comme indépendantes.

UE 303 - Thermodynamique - 2009/2010

Examen du 10/06/2010. Durée: 2h00mn

Exercice 1 :

Les transformations polytropiques quasi-statiques d'un gaz parfait sont des transformations réversibles pour lesquelles il existe une constante a telle que

$$PV^a = \text{constante} \tag{3}$$

(les transformations adiabatiques réversibles d'un gaz parfait sont un cas particulier de cette classe de transformations).

1) Exprimer dP, la variation de la pression, en fonction de dV, la variation du volume, lors d'une très petite transformation polytropique.

2) Donner alors dT, la variation de la température, en fonction de dV.

3) En déduire une expression pour δQ, l'échange de chaleur, en fonction de dV lors d'une très petite transformation polytropique.

4) Pour quelles valeurs du coefficient a, la détente du gaz s'accompagne-t-elle:

a) d'absorption de chaleur et d'échauffement du gaz?

b) d'absorption de chaleur et refroidissement du gaz?

Exercice 2 :

Première partie:

1) En partant de la relation fondamentale de l'entropie

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T}dV$$

calculer pour un gaz parfait $\Delta S = S_B - S_A$ entre les états $A = (P_A, V_A, T_A)$ et $B = (P_B, V_B, T_B)$ en fonction des variables (P_A, P_B, V_A, V_B). La transformation est réversible et les coefficients calorimétriques C_V et C_P sont constants.

2) On Considère un gaz parfait, d'entropie molaire $S_0 = S(P_0, V_0)$, dans l'état initial

(P_0, V_0, T_0). Donner l'expression de l'entropie S en fonction de P pour une transformation quasi-statique (réversible) à volume constant.

3) Donner l'allure de $S(P, V_0)$, dans un diagramme où S est en abscisse et P en ordonnée, entre les pressions P_0 et P_1, $(P_1 > P_0)$.

Tracer sur le même dessin la courbe $S(P, V_1)$, avec $V_1 > V_0$. Commenter la construction.

Deuxième partie:

Le gaz décrit le cycle réversible suivant:

i) $(P_0, V_0) \longrightarrow (P_0, V_1)$

ii) $(P_0, V_1) \longrightarrow (P_1, V_1)$

iii) $(P_1, V_1) \longrightarrow (P_1, V_0)$

iv) $(P_1, V_0) \longrightarrow (P_0, V_0)$.

a) Représenter le cycle dans un diagramme où S est en abscisse et P en ordonnée.

b) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron (V en abscisse et P en ordonnée).

c) Calculer la quantité de chaleur échangée au cours de chaque transformation.

d) En déduire le travail total échangé au cours du cycle. La machine est un moteur ou un récepteur?. Comment vérifier graphiquement ce résultat.

A part la question a), les deux parties du problème peuvent être concidérées comme indépendantes.

UE 303 - Thermodynamique - 2009/2010

Contrôle Continu du 04/11/2009. Durée: 1h30mn

Exercice 1 :

On voudrait déterminer la loi de variation de la pression P de l'air avec l'altitude z dans l'atmosphère terrestre. On supposera l'atmosphère comme un gaz parfait et constituée d'atomes identiques de masse m. On appellera $\bar{n}$ la densité particulaire (nombre d'atomes par unité de volume). A la surface de la Terre, la pression atmosphérique est P_0 et la densité particulaire est $\bar{n}_0$.
On considère un modèle où la température est donnée par $T(z) = T_0 e^{-az}$ avec a une constante.
1) Isoler par la pensée une couche gazeuse horizontale d'épaisseur dz et écrire la condition d'équilibre entre les forces de pesanteur et de pression exercées sur cette couche (en déduire une relation entre la variation de la pression et la densité particulaire).
2) Déterminer $P(z)$.
3) En déduire $\bar{n}(z)$.

Exercice 2 :

Un fluide a comme coefficients thermoélastiques :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{V}\left(\frac{R}{P} + 3\frac{b}{T^4}\right) \\ \chi &= -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{RT}{VP^2} \end{aligned}$$

où R est la constante des gaz parfaits et b est une constante.
a) Déterminer son coefficient de variation de pression isochore. Comparer avec le cas du gaz parfait.
b) Trouver son équation d'état.

Exercice 3 :

Un gaz dont l'équation d'état est

$$P\,(V-1) = 0,3\,T$$

décrit un cycle formé des transformations quasi-statiques suivantes:
i) une isotherme $(T_1\,,\,V_1) \longrightarrow (T_1\,,\,V_2)$
ii) une isochore $(T_1\,,\,V_2) \longrightarrow (T_2\,,\,V_2)$
i) une isotherme $(T_2\,,\,V_2) \longrightarrow (T_2\,,\,V_1)$
ii) une isochore $(T_2\,,\,V_1) \longrightarrow (T_1\,,\,V_1)$.
Le rapport des deux volumes est tel que

$$\frac{V_1-1}{V_2-1} = \sqrt{e}$$

et celui des températures est $T_1/T_2 = 2$. Le travail par cycle est de $62,7$ J.

1) Représenter le cycle sur un diagramme de Clapeyron.

2) Calculer la température T_1.

3) Calculer la quantité de chaleur échangée au cours du cycle.

UE 303 - Thermodynamique - 2008/2009

Examen du 18/12/2008. Durée: 2h00mn

Exercice 1 :

a) Montrer qu'au cours d'une transformation à volume constant, la quantité de chaleur infinitésimale échangée par un système est donnée par $\delta Q = CdT$ où dT est la variation infinitésimale de température au cours de cette transformation et C est la capacité calorifique à volume constant de ce système.
b) Un solide de capacité calorifique à volume constant C, supposée constante, a une température initiale T_1 supérieure à la température ambiante T_0. On admet que pendant la durée dt, il cède au milieu ambiant la chaleur $\delta Q = -k(T - T_0)dt$ lorsque sa température est T, k étant une constante positive.
Déterminer la loi de refroidissement $T(t)$. Commenter les limites $t \to 0$ et $t \to \infty$ de cette loi.
c) Donner, en fonction de T_0 et T_1, les expressions de: *i)* la quantité de chaleur totale cédée par le solide, *ii)* la variation d'entropie du solide au cours du processus.

Exercice 2 :

Première Partie: *Comparaison d'une transformation adiabatique réversible et une transformation adiabatique irréversible*
Considérons un gaz parfait dans l'état d'équilibre initial (P_1, V_1, T_1). Comprimons-le adiabatiquement de deux manières jusqu'à la pression $P_2 = 2P_1$:
a) d'une manière réversible (quasi-statique);
b) d'une manière irréversible : l'une des parois du récipient contenant le gaz est un piston mobile sans frottement. A partir de l'état initial (P_1, V_1, T_1), on ajoute un poids sur le piston qui double brusquement la pression et l'on fait en sorte que la transformation soit adiabatique (en utilisant par exemple des parois imperméables au transfert de chaleur).
1) Déterminer l'état final dans les deux cas (c'est-à-dire, la température finale et le volume final).

On exprime les résultats en fonction de T_1, V_1 et $\gamma = C_P/C_V$.
2) Comparer les deux états finaux dans le cas d'un gaz parfait monoatomique ($\gamma = 5/3$).
3) Déterminer la variation d'entropie dans les deux cas. On exprime les résultats en fonction de P_1, V_1, T_1 et γ.

Deuxième Partie: *Etude d'un cycle monotherme*
On dispose d'une seule source de chaleur à la température T_1.
On fait subir à un gaz parfait initialement dans l'état (P_1, V_1, T_1) les transformations successives suivantes. (Toutes ces transformations sont réversibles).
i) transformation adiabatique amenant le gaz dans l'état $(P_2 = 2P_1, V_2, T_2)$.
ii) transformation à volume constant amenant le gaz de l'état (P_2, V_2, T_2) à l'état $(P_3, V_3 = V_2, T_3 = T_1)$.
iii) transformation isotherme qui le ramène de l'état (P_3, V_3, T_3) à l'état initial.
1) Représenter dans un diagramme de Clapeyron le cycle décrit par le gaz (tracer aussi les isothermes T_1 et T_2).
2) Déterminer P_3 en fonction de P_1 et γ. **(On déterminera aussi V_2 et T_2, en fonction de T_1, V_1 et γ, si on a entamé directement la deuxième partie)**.
3) Calculer le travail et la chaleur échangés au cours des trois transformations en fonction de P_1, V_1 et γ.
4) On prendra pour cette question $\gamma = 5/3$. Préciser le signe de chaque quantité calculée dans la question précédente et dire pourquoi le gaz perd ou gagne de l'énergie. Vérifier ainsi les conséquences du deuxième principe de la thermodynamique pour les cycles monotherme (énoncé de Kelvin).

Les deux parties de l'exercice 2 sont indépendantes.

UE 303 - Thermodynamique - 2008/2009

Examen du 11/06/2009. Durée: 2h00mn

Exercice 1 :

Un gaz réel a pour équation d'état

$$PV = nRT\left(1 + b\frac{T}{V}\right)$$

où n est le nombre de moles, R la constante des gaz parfaits et b une constante.
1) Exprimer le coefficient de dilatation à pression constante, le coefficient d'augmentation de pression à volume constant et le coefficient de compressibilité isotherme. Donner les résultats en fonction de T et V et vérifier que $\alpha = \beta\chi P$.
2) Donner l'expression du travail lors d'une transformation quasi-statique et à température constante $T = T_{\rm th}$ entre un état initial de volume $V_{\rm i}$ et un état final de volume $V_{\rm f}$.

Exercice 2 :

A l'aide de l'entropie et des deux principes de la thermodynamique, justifier l'affirmation suivante:
" Lorsque l'on met en contact deux solides identiques de capacité calorifique à volume constant C et de température initiale $T_1^{\rm i}$ et $T_2^{\rm i}$, ($T_1^{\rm i} > T_2^{\rm i}$), dans une enceinte isolée, la chaleur passe du corps chaud au corps froid et le système évolue jusqu'à égalité des températures $T_1^{\rm f} = T_2^{\rm f} = (T_1^{\rm i} + T_2^{\rm i})/2$ ".

Exercice 3 :

Un gaz parfait de chaleur spécifique molaire à volume constant $C_{\rm V} = 5R/2$ (J.K^{-1}.mole^{-1}) parcourt un cycle réversible ABC dans le diagramme (P, V):
i) une transformation de A à B suivant une droite passant par l'origine, *ii)* une transformation

isochore de B à C ($P_B > P_C$), *iii)* une transformation isobare de C à A. On donne $P_A = 2$ bar, $T_A = 100$ K, $V_A = 3$ m^3 et $P_B = 4$ bar.

1) Représenter ce cycle dans un diagramme de Clapeyron.

2) Evaluer les volumes et les températures en B et C.

3) Evaluer les travaux dans les trois transformation puis pour le cycle. Comment vérifier ce dernier résultat?

4) Pour les transformations AB; BC; CA et pour le cycle trouver respectivement les chaleurs échangées; les variations d'énergie interne ΔU; les variations d'entropie ΔS. Indiquer les vérifications possibles.

5) Trouver le rendement du cycle.

UE 303 - Thermodynamique - 2008/2009

Contrôle Continu du 05/11/2008. Durée: 1h30mn

Exercice 1 :

On suppose que l'atmosphère est un gaz réel en équilibre dans le champ de pesanteur. Dans ce modèle, l'atmosphère est supposée isotherme de température T_0. La relation entre la pression atmosphérique P et l'altitude z est donnée par

$$T_0 \ln \frac{P}{P_0} + a\,(P - P_0) = -\frac{g\mathcal{M}}{R} z \quad , \tag{4}$$

où a est une constante, g l'accélération de la pesanteur, R la constante des gaz parfaits, $\mathcal{M}$ la masse molaire de l'air et P_0 la pression à l'altitude $z = 0$.
Donner l'expression de la masse volumique ρ en fonction de la pression P. En déduire l'équation d'état de ce gaz.

Exercice 2 :

Un métal a comme coefficients thermoélastiques $\alpha = 5 \times 10^{-5}$ K^{-1} et $\chi = 7 \times 10^{-12}$ Pa^{-1}.
a) Trouver une relation entre le volume V, la température T et la pression P de ce métal.
b) Un morceau de ce métal est pris à 20^0C sous une pression de 1 bar. Déterminer la pression qu'il faut exercer sur ce morceau de métal pour que son volume reste constant lorsque sa température passe à 30^0C.

Exercice 3 :

On mélange 1 litre d'azote N_2 à 20^0C pris à la pression de 1 bar avec deux litres d'hélium He à 30^0C pris à la pression de 1 bar. Le mélange se fait dans une enceinte de 5 litres (l'azote, l'hélium ainsi que leur mélange sont supposés parfaits).
1) L'enceinte est en contact avec une source de chaleur de température 320 K. Quelle est la pression P_1 dans l'enceinte à l'équilibre thermique?

2) Le mélange est ensuite soumis aux transformations quasi-statiques suivantes:

a) Transformation isotherme de P_1 à $P_2 = 2$ bar.

b) Transformation isobare ramenant le volume à 5 litres.

c) Transformation isochore jusqu'à l'état initial.

Calculer la valeur du volume V_2 à la fin de la première transformation et représenter ces transformations dans le diagramme de Clapeyron.

3) Calculer le travail échangé dans chaque transformation et le travail total W.

4) Calculer la quantité de chaleur totale échangée au cours de ces transformations.

UE 303 - Thermodynamique - 2007/2008

Examen du 13/12/2007. Durée: 2h00mn

Exercice 1 :

Les différentielles totales de l'énergie interne et de l'entropie peuvent être écrites sous la forme:

$$dU = C\,dT + (l - P)\,dV \quad , \quad dS = \frac{C}{T}\,dT + \frac{l}{T}\,dV \quad , \tag{5}$$

où C et l sont des coefficients calorimétriques qui dépendent sur les variables d'état et P est la pression, V le volume et T la temprature.

1) Expliciter les relations imposées par le fait que dU et dS sont des différentielles totales des fonctions $U(T,V)$ et $S(T,V)$.

En déduire les deux relations:

$$l = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \quad , \quad \left(\frac{\partial C}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V \quad , \tag{6}$$

Expliquer brièvement l'importance de ces deux relations.

Pour la suite du problème, les équations précédentes peuvent être utilisées même sans être démontrées.

On s'intéresse à n moles d'un gaz réel d'équation d'état

$$P(V - nb) - nRT = 0 \quad , \tag{7}$$

où R et b sont des constantes.

2) Calculer l et montrer que C ne dépend pas de V. Calculer les fonctions d'état U et S en supposant que C ne dépend pas de T (quand le volume est V_0 et la température est T_0, l'énergie interne est U_0 et l'entropie est S_0).

3) Calculer de deux manières différentes la quantité de chaleur échangée entre le gaz et le milieu extérieur au cours d'une transformation isotherme réversible. Donner le résultat en fonction de la pression initiale P_i, la pression final P_f et la température du thermostat T_{th}.

4) Monter que $dS = 0$ pour une transformation quasi-statique adiabatique de ce gaz réel. En déduire alors que la température et la pression sont reliés par la relation $T^{1+\lambda}P^{-\lambda} =$ constante, où λ est une constante à déterminer. Si on pose $C = nR/(\gamma - 1)$, comparer avec le cas d'un gaz parfait subissant une transformation isentropique.

<u>Exercice 2</u> :

Soit une machine utilisant comme fluide l'air assimilé à un gaz parfait diatomique.
Cette machine fonctionne réversiblement selon le cycle de Stirling. Ce cycle est composé de: *i*) $1 \longrightarrow 2$ compression isotherme, *ii*) $2 \longrightarrow 3$ compression isochore, *iii*) $3 \longrightarrow 4$ dilatation isotherme, *iv*) $4 \longrightarrow 1$ transformation isochore le ramenant à l'état initial 1.
A l'état 1, la pression est $P_1 = 10^5$Pa et la température est $T_1 = 300$K . A l'état 3, la pression est $P_3 = 4P_1$ et la temprature est $T_3 = 2T_1$. On donne $R = 8,31$SI.
1) Calculer les quantités de chaleur échangées par une mole de gaz au cours d'un cycle.
2) Calculer les travaux échangés par une mole de gaz au cours du cycle.
3) Déduire de ces résultats la valeur du rendement thermodynamique du cycle de Stirling. Comparer ce rendement à celui que l'on obtiendrait si la machine fonctionnait selon le cycle de Carnot entre les mêmes sources aux températures T_1 et T_3. Expliquer la différence.

UE 303 - Thermodynamique - 2007/2008

Examen du 21/06/2008. Durée: 2h00mn

Exercice 1 :

Les différentielles totales de l'entalpie et de l'entropie peuvent être écrites sous la forme:

$$dH = C\,dT + (h + V)\,dP \quad , \quad dS = \frac{C}{T}\,dT + \frac{h}{T}\,dP \quad , \tag{8}$$

où C et h sont des coefficients calorimétriques qui dépendent sur les variables d'état et P est la pression, V le volume et T la temprature.

1) Expliciter les relations imposées par le fait que dH et dS sont des différentielles totales des fonctions $H(T, P)$ et $S(T, P)$.

En déduire les deux relations:

$$h = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad , \quad \left(\frac{\partial C}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P \quad , \tag{9}$$

Expliquer brièvement l'importance de ces deux relations.

Pour la suite du problème, les équations précédentes peuvent être utilisées même sans être démontrées.

On s'intéresse à n moles d'un gaz réel d'équation d'état

$$P(V - nb) - nRT - aP\ln(P) = 0 \quad , \tag{10}$$

où R, a et b sont des constantes.

2) Calculer h et montrer que C ne dépend pas de P. Calculer les fonctions d'état H et S en supposant que C ne dépend pas de T (quand la pression est P_0 et la température est T_0, l'entalpie est H_0 et l'entropie est S_0). On donne, à une constante d'intégration près, $\int \ln(x)\mathrm{d}x = x\ln(x) - x$.

3) Calculer de deux manières différentes la quantité de chaleur échangée entre le gaz et le milieu extérieur au cours d'une transformation isotherme réversible. Donner le résultat en fonction de la pression initiale P_i, la pression final P_f et la température du thermostat T_{th}.

4) Monter que pour une transformation isentropique ($dS = 0$) de ce gaz réel, la température et la pression sont reliés par la relation $TP^{-\lambda}$ = constante, où λ est une constante à déterminer. Si on pose $C = nR\gamma/(\gamma - 1)$, comparer avec le cas d'un gaz parfait subissant une transformation quasi-statique adiabatique.

Exercice 2 :

On s'intéresse au fonctionnement d'une pompe à chaleur (une quantité d'un fluide) fonctionnant suivant un cycle réversible (un cycle de Carnot, par exemple) entre les températures T_1 (une habitation) et T_2 (l'extérieur). On considère, par simplification, que la pompe effectue un cycle par seconde.

1) Expliquer brièvement le fonctionnement d'une pompe à chaleur (en insistant sur les échanges d'énergies. Un schéma peut être utile.).

Dans la suite du problème on supposera que le travail apporté à la pompe se fait d'une manière réversible et sans flux de chaleur et donc la source fournissant ce travail ne contribue pas à l'entropie totale du système (le système est constitué du fluide, la source de travail et les deux sources de chaleur).

2) Définir le coefficient de performance et montrer, à partir des premier et second principes de la Thermodynamique, qu'il est égal à $\rho = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$.

Donner la valeur de ρ si la température extérieure est de $-10\ ^o$C est que nous voulons maintenir la température de l'habitation à 20 ^{o}C. A cause des irréversibilités (les pertes) au niveau d'une installation réelle, le coefficient de performance réel $\rho_{\text{réel}}$ est prèsque la moitié de ρ.

3) Un Appartement nécessite la fourniture de 15 kiloWatts (c'est la quantité de chaleur qu'il lui faut fournir par seconde) pour maintenir sa température à 20 ^{o}C quand la température extérieure est de $-10\ ^o$C. Le travail fournit à la pompe est d'origine électrique. Calculer la puissance électrique (quantité de travail par seconde) à fournir à la pompe.

4) Une chaudière à combustion à un coefficient de performance égal à 0,9. Combien d'énergie calorifique (par seconde) consomme cette chaudière si on se place dans les conditions citées dans la question précédente. Conclusion?

UE 303 - Thermodynamique - 2007/2008

Contrôle Continu du 17/10/2007. Durée: 1h30mn

Exercice 1 :

On suppose que l'atmosphère est un gaz réel en équilibre dans le champ de pesanteur (supposé uniforme). L'équation d'état de ce gaz est donnée par

$$PV = nRT(1 + a\frac{P}{T}) \ , \tag{11}$$

où a est une constante.

Soit P_0 la pression à l'altitude $z = 0$. Dans ce modèle, l'atmosphère est supposée isotherme de température T_0.

1) Trouver une relation entre la pression P et l'altitude z.

2) A quelle altitude la variation relative (par rapport au sol) de la pression serait de 4×10^{-3} ? On donne: $T_0 = 300\text{K}$, $P_0 = 1\text{bar}$, $a = 0,28\text{SI}$, $R = 8,31\text{SI}$ et la masse molaire moyenne de l'air est de 29g.

Exercice 2 :

De l'eau liquide dans les conditions (P_0, V_0, T_0) subit une transformation quasi statique, *son volume restant infiniment voisin de* V_0. Les coefficients thermoélastiques α, β et χ de l'eau sont connu et supposée constants.

1) Justifier l'expression du travail élémentaire sous la forme

$$\delta W = V_0 P(\chi \, \mathrm{d}P - \alpha \, \mathrm{d}T) \ . \tag{12}$$

2) Préciser le travail échangé par l'eau avec le milieu extérieur lors des transformations suivantes :

a) transformation isochore;

b) transformation quasi statique et isobare (on exprimera W on fonction de α, P_0, V_0 et T_1 la température atteinte);

b) transformation quasi statique et isotherme (on exprimera W on fonction de χ, V_0, P_0 et P_1 la pression atteinte).

Exercice 3 :

On considère deux moles de dioxygène, gaz supposé parfait, que l'on peut faire passer d'une manière quasi statique de l'état initial A (P_A, V_A, T_A) à l'état final B $(P_B = 3P_A, V_B, T_B = T_A)$ par un chemin représenté par une droite en diagramme de Clapeyron (P, V).

a) Représenter sur le même diagramme de Clapeyron l'isotherme T_A et le chemin AB.

b) Calculer en fonction de T_A le travail et la quantité de chaleur mis en jeu. On donne $T_A = 300\text{K}$ et $R = 8,31\text{SI}$.

UE 303 - Thermodynamique - 2006/2007

Examen du 14/12/2006. Durée: 2h00mn

Exercice 1 :

La chaleur massique d'un gaz, de masse molaire M, est une fonction linéaire de la température T, dans l'intervalle de température considéré:

$$C_P = Mc_P = M\,(a + bT) \tag{13}$$

où a et b sont des constantes.
En déduire la variation d'entropie ΔS d'une mole de ce gaz, si on le chauffe réversiblement, sous pression constante, de la température T_1 à la température T_2.
Application: Calculer ΔS pour l'azote N_2, sachant que les mesures expérimentales conduisent la la relation

$$c_P = 1,04 + 1,1.10^{-5}.T \tag{14}$$

(c_p en J/g et T en K) si la température s'élève de 300 K à 600 K, à pression constante. On donne $M = 28$ g/mole.

Exercice 2 : *Les transformations polytropiques réversible d'un gaz parfait :*

Ce sont les transformations réversibles pour lesquelles il existe une constante a telle que

$$PV^a = \text{constante} \tag{15}$$

(les transformations adiabatiques réversibles d'un gaz parfait sont un cas particulier de cette classe de transformations).
1) Démontrer que dans une telle transformation, la quantité de chaleur échangée Q est proportionnelle au travail reçu W : $Q = \lambda W$, préciser λ. (On suppose que C_V, la capacité calorifique molaire à volume constant, est constant).
2) On appelle capacité calorifique molaire (*ne pas confondre avec C_V*) dans une transformation la chaleur à fournir à une mole pour élever sa température, par degré, dans une transformation. Determiner la capacité molaire du gaz dans une transformation polytropique

réversible.
3) Le gaz subit une transformation réversible dans laquelle $Q_{1\to 2} = k(T_2 - T_1)$, entre les états 1 et 2 (k est une constante).
Montrer que si, C_V est indépendant de T, cette transformations est polytropique. (*Indication: raisonner sur une transformation infinitésimale*).

Exercice 3 :

On considère les deux cycles réversibles d'une mole de gaz parfait, représentées par un rectangle :
a) sur un diagramme (T, P),
b) sur un diagramme (T, S).

1) Calculer dans chaque cas le travail et la quantité de chaleur échangés au cours de chaque transformation $1 \to 2$, $2 \to 3$, $3 \to 4$, $4 \to 1$, et du cycle entrier, entre le système gazeux et le milieu extérieur, en fonction des coordonnées indiquées dans chacun des diagrammes.
2) Déterminer le rendement η pour le deuxième cycle.

UE 303 - Thermodynamique - 2006/2007

Examen du 19/06/2007. Durée: 2h00mn

Première Partie:

1) Ecrire les expressions de $\mathrm{d}U$ et de $\mathrm{d}S$, respectivement, les différentielles de l'énergie interne $U(T,V)$ et de l'entropie $S(T,V)$ d'un fluide, dans les variables T et V.
2) La quantité de chaleur reçue δQ dans une transfomation infinitésimale réversible peut s'écrire en fonction des paramètres T et V sous la forme:

$$\delta Q = c_V\, \mathrm{d}T + l\, \mathrm{d}V \quad , \tag{16}$$

où c_V et l sont des fonctions des variables d'état.
A l'aide du premier principe montrer que

$$c_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \quad , \quad l - P = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \qquad . \tag{17}$$

En déduire que

$$\left(\frac{\partial c_V}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \quad . \tag{18}$$

3) On rappelle que $\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}U}{T} + \frac{P}{T}\mathrm{d}V$. Montrer, à l'aide des questions précédentes, que

$$c_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \quad , \quad l = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T \qquad . \tag{19}$$

En déduire que

$$\left(\frac{\partial c_V}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_V - \frac{l}{T} \quad . \tag{20}$$

Quelle relation découle de (18) et (20) ?

Deuxième Partie:

Soit un système thermodynamique homogène dont les variables sont le volume V, la pression P et la température T, liées par l'équation d'état

$$P = \frac{1}{3}aT^4 \quad , \tag{21}$$

où a est une constante.

a) Montrer que

$$l = 4P \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial c_V}{\partial V}\right)_T = 12\frac{P}{T} \tag{22}$$

b) En déduire l'énergie interne du système. On prendra $U = 0$ et $c_V = 0$ quand $V = 0$.

c) Calculer l'entropie S du système en fonction des variables T et V. En déduire les équations liant T et V puis P et V dans une transformation adiabatique et réversible.

Troisième Partie:

Le fluide décrit le cycle réversible suivant:

- Transformation AB: pression constante et $V_B > V_A$
- Transformation BC: détente isentropique
- Transformation CD: pression constante et $V_D < V_C$
- Transformation DA: compression isentropique

i) Calculer les variations d'énergie interne et d'entropie au cours des 4 transformations.

ii) Montrer que

$$\frac{Q_1}{T_A} + \frac{Q_2}{T_C} = 0 \quad . \tag{23}$$

Q_1 chaleur reçue de A à B

Q_2 chaleur reçue de C à D

iii) Comparer le cycle précédent au cycle de Carnot d'un gaz parfait.

iv) Repésenter le cycle du fluide dans un diagramme (P, V) puis dans un diagramme (T, S).

v) Exprimer l'équation d'état d'un gaz parfait monoatomique liant P, V et U. Comparer au système précédent.

UE 303 - Thermodynamique - 2006/2007

Contrôle Continu du 08/11/2006. Durée: 1h30mn

Exercice 1 : *Statique des fluides*

On suppose que l'atmosphère est un gaz parfait en équilibre dans le champ de pesanteur uniforme. Soient P_0 et ρ_0 la pression et la masse volumique à l'altitude $z = 0$. Dans la troposphère ($0 \leq z \leq 11000$m) on constate que la température T décroît de $0,65^o$C pour 100 mètres:

$$T(z) = 288 - 6,5.10^{-3} z \tag{24}$$

Donner les expressions de la pression et de la masse volumique en fonction de l'altitude. Montrer qu'on peut déduire que la troposphère obéit à la loi:

$$PV^k = \text{constante} \tag{25}$$

Donner la valeur numérique de la constante k.
Données: intensité de la pesanteur: $g = 9,81$ m.s^{-2}, masse molaire moyenne de l'air: $M = 29$g.mol^{-1}, constante molaire des gaz parfaits: $R = 8,31$J.K^{-1}.mol^{-1}.

Exercice 2 : *Coefficients thermoélastiques*

Soit de l'huile liquide remplissant juste une ampoule scellée, dont on définit les coefficients :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = 6,8.10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1} \\ \chi &= -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = 8,5.10^{-10}\,\mathrm{Pa}^{-1} \end{aligned}$$

Expliquer, en une ligne, pourquoi α et χ sont considérés comme constants.
1. Déteminer, en fonction de α et χ, la dérivée $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$.
2. Quelle augmentation de température peut-elle supporter sans rupture, sachant que le verre dont est composée l'ampoule peut supporter une surpression maximale de $\Delta P_{\max} = 10^6$ Pa?

<u>Exercice 3</u> : *Premier principe, travail et chaleur*

Une quantité d'un gaz parfait diatomique, dans les conditions initiales P_1, V_1, T_1, décrit, d'une manière quasi-statique, le cycle suivant:

a) échauffement isochore jusqu'à la température T_2;

b) détente, suivant une droite dans le diagramme $(P\ ,\ V)$, jusqu'à la pression $P_3 = P_1$ et le volume $V_3 = \frac{4}{3}V_1$;

c) retour à l'état initial de manière isobare.

1) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron et déterminer les coordonnées P, V, T à l'issue de chaque transformation.

2) Calculer au cours des transformations successives les travaux et quantités de chaleur échangés entre le gaz et l'éxtérieur, ainsi que les variations d'énergie interne.

On donne: $P_1 = 10^5$ Pa, $V_1 = 1$ m^3, $T_1 = 300$ K, $T_2 = 600$ K.

UE 303 - Thermodynamique - 2005/2006

Contrôle Continu du 02/11/2005. Durée: 1h30mn

Exercice 1 : *Effet de la compressibilité de l'eau sur la valeur de la pression*

L'eau est légèrement compressible. La valeur de son coefficient de compressibilité isotherme est $\chi = 5.10^{-10}$ Pa^{-1}.

A la surface d'un océan, la pression est $P_0 = 1$ bar et la masse volumique de l'eau $\rho_0 = 10^3$ kg.m^{-3}. On suppose que la température de l'eau est uniforme égale à 277 K.

1) Etablir l'expression du volume d'une masse d'eau (1 kg, par exemple) en fonction de la pression. En déduire celle de sa masse volumique ρ en fonction de ρ_0, P_0 et de la pression P dans l'océan.

2) En déduire l'expression de la pression P en fonction de la profondeur z.

3) Exprimer l'écart $\Delta P = P - (\rho_0 g z + P_0)$.

4) Application: On considère la pression au fond d'une fosse océanique profonde de 10 km. Calculer $\rho_0 g z$. Que représente cette quantité ? Est-elle très différente de $\rho_0 g z + P_0$? Lorsque $|x|$ est très inférieur à 1, $\ln(1 + x)$ a pour valeur approchée $x - \frac{x^2}{2}$. En déduire l'expression simplifiée de ΔP et de $\frac{\Delta P}{\rho_0 g z}$.

Calculer cette dernière valeur et commenter le résultat obtenu.

Exercice 2 : *Premier principe, travail et chaleur*

Dans un état 1 une masse donnée d'un gaz parfait monoatomique occupe le volume $V_1 = 2$ l. La pression est $P_1 = 100000$ N/m^2. On considère que toutes les transformations que subit ce gaz sont quasi-statiques.

1) On amène ce gaz dans un état $1'$, à pression constante, tel que $V_{1'} = 3$ l.

Evaluer le travail des forces de pression. Quelle est la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur ?

2) Le gaz est amené de $1'$ dans un état 2 caractérisé par: $V_2 = 5$ l et $P_2 = 40000$ N/m^2. Entre $1'$ et 2 le diagramme de Clapeyron est une droite. Calculer le travail des forces de pression pour cette transformation. Calculer la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur.

3) A température constante on amène le gaz de l'état 1 à un autre état $2'$ caractérisé par $P_{2'} = 40000\ \mathrm{N/m^2}$. Calculer le volume du gaz. Que peut-on dire des états 2 et $2'$? Calculer le travail effectué par les forces de pression au cours de la transformation. Calculer la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur.

4) Comparer les deux valeurs du travail ainsi obtenue lors du passage du gaz de 1 en 2. Conclusion.

5) Vérifier le premier principe de la thermodynamique.

$\boxed{\textbf{UE 303 - Thermodynamique - 2005/2006}}$

Examen Blanc du 14/12/2005. Durée: 1h30mn

<u>Exercice 1</u> : *Statique des fluides*

On suppose que l'atmosphère est un gaz parfait en équilibre dans le champ de pesanteur uniforme. Soient P_0 et ρ_0 la pression et la masse volumique à l'altitude $z = 0$. Dans la troposphère ($0 \leq z \leq 11000$m) on constate que la température T décroît de $0,65^o$C pour 100 mètres:

$$T(z) = 288 - 6,5.10^{-3}z \tag{26}$$

Montrer qu'on peut déduire que la troposphère obéit à la loi:

$$PV^k = \text{constante} \tag{27}$$

Donner la valeur numérique de la constante k.
Données: intensité de la pesanteur: $g = 9,81$ m.s^{-2}, masse molaire moyenne de l'air: $M = 29$g.mol^{-1}, constante molaire des gaz parfaits: $R = 8,31$J.K^{-1}.mol^{-1}.

<u>Exercice 2</u> : *Coefficients thermoélastiques*

Soit de l'huile liquide remplissant juste une ampoule scellée, dont on définit les coefficients :

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = 6,8.10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1} \\
\chi &= -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = 8,5.10^{-10}\,\mathrm{Pa}^{-1}
\end{aligned}$$

1. Déteminer, en fonction de α et χ, la dérivée $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$.
2. Quelle augmentation de température peut-elle supporter sans rupture, sachant que le verre dont est composée l'ampoule peut supporter une surpression maximale de $\Delta P_{\max} = 10^6$ Pa^{-1} ?

<u>Exercice 3</u> : *Premier principe, Deuxième principe, Machines thermiques*

On dispose de deux masses égales d'eau (de capacité thermique C) aux températures T_1^i et T_2^i avec $T_1^i > T_2^i$.
On les réunit par une machine réversible, à laquelle elles servent de sources, et qui fournit un travail jusqu'à ce que les deux sources soient à la même température T^f.

Au cours d'un cycle, la machine reçoit les chaleurs δQ_1 de la source chaude, δQ_2 de la source froide et le travail δW du milieu extérieur (l'échange de δW se fait d'une manière adiabatique et réversible). Les températures des deux sources ont variées, respectivement, de $\mathrm{d}T_1$ et de $\mathrm{d}T_2$ au cours de ce cycle.

1. Donner les expressions de δQ_1 et δQ_2.
2. Quelle information nouvelle vous est apportée par le deuxième principe ? (Quelle est la variation d'entropie de la machine pendant un cycle ?)
3. En utilisant le résultat de la question précédente (appliqué à la totalité des cycles), calculer la température T^f en fonction de T_1^i et T_2^i.
4. Quel est le travail W reçu par la machine à l'issue de la totalité des cycles. Trouver son signe et conclure.

UE 303 - Thermodynamique - 2005/2006

Examen du 12/01/2006. Durée: 2h

Exercice 1 :

Soit un fluide pour lequel il existe une équation d'état de la forme $f(P,V,T)=0$. On définit, pour une mole de ce fluide, les coefficients:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{PV} \\ \chi &= -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{P}+\frac{a}{V} \end{aligned}$$

où R est la constante des gaz parfaits et a est une constante.

Sachant que, lorsque P tend vers zéro (dans ce cas V est très grand), ce fluide se comporte comme un gaz parfait, trouver son équation d'état. On donne la solution à l'équation différentielle $x\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}+f+bx=0$, pour b constant, sous la forme $f=-bx/2+c/x$ où c est une constante quelconque.

Exercice 2 :

Un corps de pompe cylindrique et horizontal, à parois parfaitement diathermes (qui laissent passer la chaleur), est fermé par un piston de masse négligeable, coulissant sans frottement. À l'extérieur du cylindre, la température est T_0 et la pression est P_0. À l'intérieur se trouve une mole de gaz sous une pression $P_i > P_0$, occuppant un volume V_i.

On raisonnera sur une mole de gaz, dont l'équation d'état est:

$$P\left(V-b\right)=RT \tag{28}$$

où b et R sont des constantes.
Le système est maintenu en équilibre au moyen d'une force F appliquée sur le piston, perpendiculaire à celui-ci.
1. On supprime brusquement la force F et on attend que le gaz atteint un nouvel état d'équilibre.
1-a. Quel est alors le volume V_f du gaz?
1-b. Calculer, en fonction de T_0, P_0, P_i, le travail échangé par le gaz avec le milieu extérieur au cours de cette transformation.
2. Le gaz est maintenant détendu de manière quasi-statique, de l'état initial à l'état d'équilibre final précédent.
2-a. Expliquer brièvement comment vous réalisez pratiquement cette transformation.
2-b. Comment évolue la température du gaz au cours de la transformation?
2-c. Quel est alors le travail échangé entre le gaz et le milieu extérieur? Donner son expression en fonction de T_0, P_0, P_i.
3. Comparer le travail irréversible au travail réversible lorsque la pression P_i est très voisine de la pression extérieure P_0? (on supposera que $P_i = P_0 + \epsilon$, avec ϵ très petit. Pour $x \ll 1$, on utilisera l'approximation $\ln(1+x) \approx x$). Conclure.

<u>Exercice 3</u> :
Une mole de gaz parfait subit la transformation cyclique réversible suivante:
- le gaz passe de l'etat $A(V_1, T_1)$ à l'état $B(V_1, T_2)$ par une transformation isochore;
- puis de l'état B à l'état $C(V_2, T_2)$ par une transformation isotherme;
- puis de l'état C à l'état $D(V_2, T_1)$ par une transformation isochore;
- enfin de l'état D à l'état A par une transformation isotherme.

1. Représenter la transformation dans un diagramme $T = f(V)$ et dans un diagramme de Clapeyron $P = f(V)$ (on suppose que $V_2 > V_1$, $T_2 > T_1$). Quelle information vous est apportée par le diagramme de Clapeyron sur la machine thermique considérée?
2. Calculer le travail et la quantité de chaleur échangés sur le cycle, en fonction des données. Vérifier le résultat de la question précédente.
3. Donner la définition du rendement et trouver son expression. Vérifier qu'il est conforme au théorème de Carnot.
4. Calculer la variation d'entropie pour chaque transformation.

UE 303 - Thermodynamique - 2005/2006

Examen du 20/06/2006. Durée: 2h

Exercice 1 :

La différentielle de la pression d'un gaz est donnée en fonction des variables indépendantes T et V, par l'équation, relative à une mole:

$$\mathrm{d}P = -\frac{RT}{V^2}\left(1+\frac{2a}{V}\right)\mathrm{d}V + \frac{R}{V}\left(1+\frac{a}{V}\right)\mathrm{d}T \tag{29}$$

où R est la constante des gaz parfaits et a est une constante.

1) Déterminer complètement l'équation d'état du gaz, sachant qu'aux faibles pressions (c'est-à-dire lorsque V est très grand), le gaz se comporte comme un gaz parfait.

2) Donner, en fonction de T et V, les expressions des coefficients thermoélastiques α, β et χ.

Exercice 2 :

1) Donner l'expression de $\mathrm{d}U$, la variation infinitésimale de l'énergie interne, d'un gaz parfait.

2) Montrer que pour une transformation quasi-statique réversible et adiabatique d'un gaz, la variation infinitésimale de l'entropie $\mathrm{d}S$ est nulle.

3) En déduire que la pression P, le volume V et la température T d'un gaz parfait sont reliés par $TV^{\gamma-1}$ = constante, PV^{γ} = constante et $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ = constante (γ est le rapport des capacités thermiques molaires à pression constante et à volume constant). On donne $\frac{R}{C_V} = \gamma - 1$, où R est la constante des gaz parfaits et C_V est la capacité thermique molaire à volume constant.

Exercice 3 :

Dans ce qui suit, nous supposons que les diverses transformations thermodynamiques du gaz sont quasi-statiques.

1) Un compresseur amène une mole de gaz parfait de l'état initial (P_1, T_1) à l'état (P_2, T_2) par une compression adiabatique. Le gaz est ensuite refroidi de manière isobare de la température T_2 à T_1.

a) Représenter ces transformations dans un diagramme de Clapeyron (faire figurer aussi les différentes isothermes sur le diagramme).

b) Calculer T_2 (donner son expression en fonction de P_1, P_2, T_1 et γ). Pour la suite, on posera $T_2 = aT_1$.

c) Établir l'expression du travail total W_T reçu par la mole de gaz en fonction de R (constante des gaz parfaits), γ, T_1 et a.

2) La compression précédente est maintenant réalisée en deux étages. Dans le premier étage, on comprime de manière adiabatique le gaz de la pression P_1 à la pression $P'_1 = bP_1$, avec b constante comprise entre 1 et P_2/P_1.

À la sortie du premier étage, le gaz est refroidi de façon isobare jusqu'à la température T_1, puis introduit et comprimé de manière adiabatique de la pression P'_1 à la pression P_2. Le gaz est enfin ramené à la température T_1 par un refroidissement isobare.

a) Représenter ces transformations dans un diagramme de Clapeyron.

b) Calculer, en fonction de T_1, a et $x = (b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})$, la température à la fin de chaque adiabatique.

c) Quelle est l'expression du travail total W'_T reçu par mole de gaz dans la compression bi-étagées? Exprimer W'_T en fonction de R, γ, T_1, a et $x = (b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})$.

d) Quelle valeur faut-il donner à x pour que W'_T soit minimal? Quelle est la valeur W'_m correspondante de W'_T?

e) Calculer le rapport W'_m/W_T pour $\gamma = 1,4$, $P_1 = 10^5$Pa, $P_2 = 2.10^5$Pa.