

L'interféromètre de Michelson

L'interféromètre spectral de Michelson occupe une place importante dans l'histoire de la physique expérimentale en particulier et de la physique en général. L'expérience de Michelson et de Morley en 1887 marque une étape décisive dans l'ébranlement de la notion de l'espace absolu-en paraphrasant Laplace, on n'avait plus besoin de parler de l'éther. Elle fut le point de départ conceptuel pour A. Einstein, lorsque, presque vingt ans après, il formula la théorie de la relativité restreinte (et donc de ce dont on *avait* besoin de parler).

A l'heure actuelle, l'interférométrie est une technique incontournable aussi bien dans l'industrie que dans le domaine de la recherche. En effet, elle permet de mesurer des distances avec une précision époustouflante (à $1/2$ longueur d'onde près!). D'autre part, elle est utilisée en spectroscopie pour sonder les excitations de la matière. Ses champs d'application sont donc très nombreux : astrophysique, physique des solides, biophysique, ...

Le but de l'expérience proposée ici est de comprendre le fonctionnement de l'interféromètre spectral de Michelson et de le comparer aux interférences obtenues à l'aide de l'appareil des anneaux de Newton. Du point de vue quantitatif, il s'agit de mesurer la longueur d'onde de différentes sources lumineuses (laser, lampe à vapeur de sodium). Du point de vue qualitatif, il faudra établir *le contact optique* et expliquer sa manifestation sous lumière monochromatique ainsi que sous lumière blanche.

De plus, ce TP permettra de s'initier à la spectroscopie : nous verrons comment en mesurant l'*interférogramme* d'une source lumineuse, on peut obtenir son spectre (de telles expériences permettent notamment d'étudier la composition d'étoile lointaines). Par ailleurs, on pourra étudier le phénomène de brouillage de manière fine et mesurer ainsi la longueur d'onde de chacune des composantes du doublet d'une source à vapeur de sodium.

3 Approche Théorique

3.1 Le principe de fonctionnement

Le schéma de l'interféromètre est représenté sur la figure 1. Un faisceau tombe sur une lame sémi-réfléchissante S qui la divise en deux parties, qui sont dirigées chacune sur un miroir différent ; réfléchies sur ceux-ci, elles se rencontrent de nouveau sur la lame et le résultat est visible, soit à l'oeil nu, soit sur un écran soit sur un enregistreur.

Appelons l_1 la distance entre le point d'incidence du faisceau sur la lame S et le miroir M_1 et l_2 la distance entre ce même point et le miroir M_2 . Sous l'hypothèse initiale que l'épaisseur de la lame S est négligeable, on peut calculer les chemins optiques empruntés

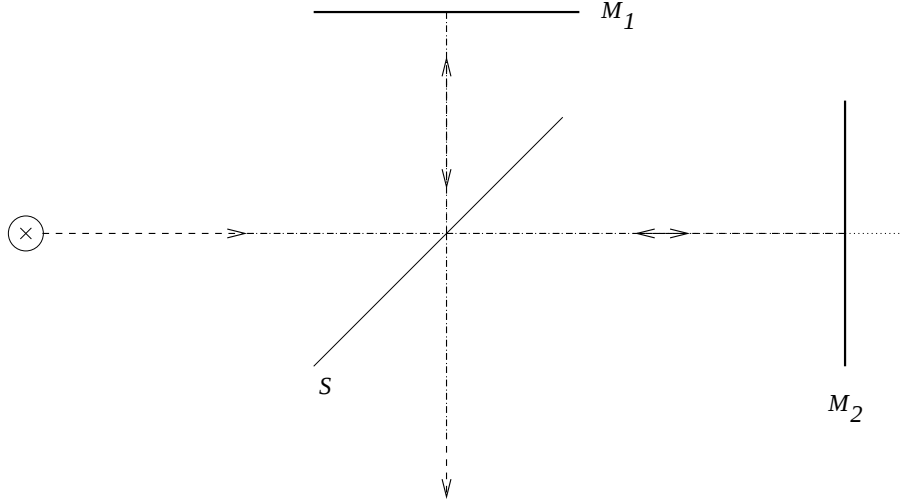


FIG. 1 – Le principe de l'interféromètre de Michelson.

par chacun des deux faisceaux ainsi que leur différence de marche δ :

$$\begin{aligned} x_1 &= 2l_1 + \frac{\lambda}{2} \\ x_2 &= 2l_2 + \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \Rightarrow \delta = |x_1 - x_2| = 2|l_1 - l_2| \quad (1)$$

(les facteurs $\lambda/2$ proviennent des réflexions sur les miroirs). Les deux faisceaux sont cohérents, car ils proviennent de la même source. Alors la tache qu'on observera sera sombre si $\delta = (2p + 1)\lambda/2$ ou lumineuse si $\delta = p\lambda$ ($p \in \mathbb{N}$). On se rend compte que grâce à cette propriété on peut régler la différence δ entre deux distances “macroscopiques” à une demi-longueur d'onde près.

Essayons maintenant de raffiner notre analyse. La première étape consiste à se ramener à une situation, équivalente du point de vue physique, mais beaucoup plus simple à traiter.

A cette fin, on remplacera les miroirs et la séparatrice par les sources-images de la source ponctuelle. On peut facilement se convaincre que, si $|l_1 - l_2| = \delta$, alors les deux sources-images S_1 et S_2 de la source S seront distantes de 2δ (cf. fig. 2). Considérons un point d'observation, P , distant de r de l'axe des deux sources-images (cf. fig. 2). Les ondes, provenant de ces deux sources, accuseront une différence de marche

$$\Delta = |S_1P - S_2P| = \sqrt{r^2 + (D + \delta)^2} - \sqrt{r^2 + (D - \delta)^2} = 2\delta \left(1 - \frac{r^2}{2D^2}\right) + O\left(\frac{\delta^3}{D^2}\right) \quad (2)$$

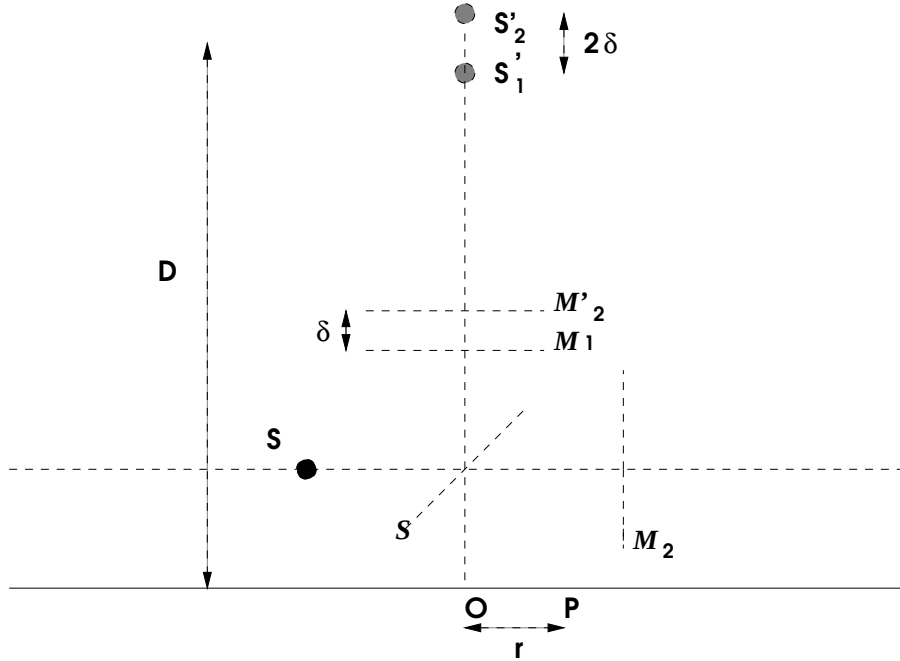


FIG. 2 – Physique équivalente, technique simple pour comprendre l'apparition de franges d'interférence, mises en évidence avec l'interféromètre de Michelson.

L'amplitude totale sera donnée par

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 \\ &= \mathcal{A}_0 e^{i(kx - \omega t)} + \mathcal{A}_0 e^{i(k(x + \Delta) - \omega t)} = \mathcal{A}_0 e^{i(kx - \omega t)} (1 + e^{ik\Delta})\end{aligned}\quad (3)$$

et l'intensité (normalisée) devient

$$\mathcal{I} = 4 \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \propto \mathcal{A} \mathcal{A}^* \quad (4)$$

en fonction de la variable normalisée $\phi \equiv 2\pi\Delta/\lambda$, cf. fig. 3. Puisque Δ ne dépend que de

FIG. 3 – L'intensité normalisée en fonction de la variable $\phi = 2\pi\Delta/\lambda$.

la distance r , les franges ont une forme circulaire. On note que les maxima ne sont pas infiniment minces : l'intensité ne chute pas de manière abrupte, mais de manière graduelle. On a alors alternance de zones claires et de zones sombres, c'est-à-dire des anneaux. Les anneaux clairs correspondent à une différence de marche $\Delta = p\lambda$, $p \in \mathbb{N}$ et l'on trouve

pour leurs rayons :

$$r_p^{clair} = D \sqrt{2 \left(1 - \frac{p\lambda}{2\delta} \right)} \quad (5)$$

Pour obtenir des anneaux sombres, on pose $\Delta = (2p + 1)\lambda/2$, $p \in \mathbb{N}$ et l'on obtient

$$r_p^{sombre} = D \sqrt{2 \left(1 - \frac{(p + \frac{1}{2})\lambda}{2\delta} \right)} \quad (6)$$

On peut écrire ces expressions de façon un peu plus utile pour la suite si l'on appelle *l'ordre de l'interférence* l'entier p et l'on en déduit l'ordre de l'interférence au centre, c. à. d. la valeur p_0 qui correspond à un rayon nul

$$p_0 = \frac{2\delta}{\lambda} \quad (7)$$

En fonction de l'ordre de l'interférence au centre les expressions pour les rayons prennent la forme

$$r_p^{clair} = D \sqrt{2 \frac{p_0 - p}{p_0}} \quad (8)$$

$$r_p^{sombre} = D \sqrt{2 - \frac{2p + 1}{p_0}}$$

Essayons de saisir le sens de ces formules. On déduit immédiatement que $p \leq p_0$ pour les anneaux clairs et $p \leq 2p_0 - 1$ pour les anneaux sombres. Aussi que le rayon des anneaux clairs ainsi que des anneaux sombres diminue, quand l'ordre augmente. Le résultat le plus surprenant est, bien sûr, que, pour $\delta > 0$ fixe, il n'y a qu'un nombre *fini* d'anneaux !

Ceci implique une valeur finie pour le rayon le plus grand, à savoir, pour $p = 0$,

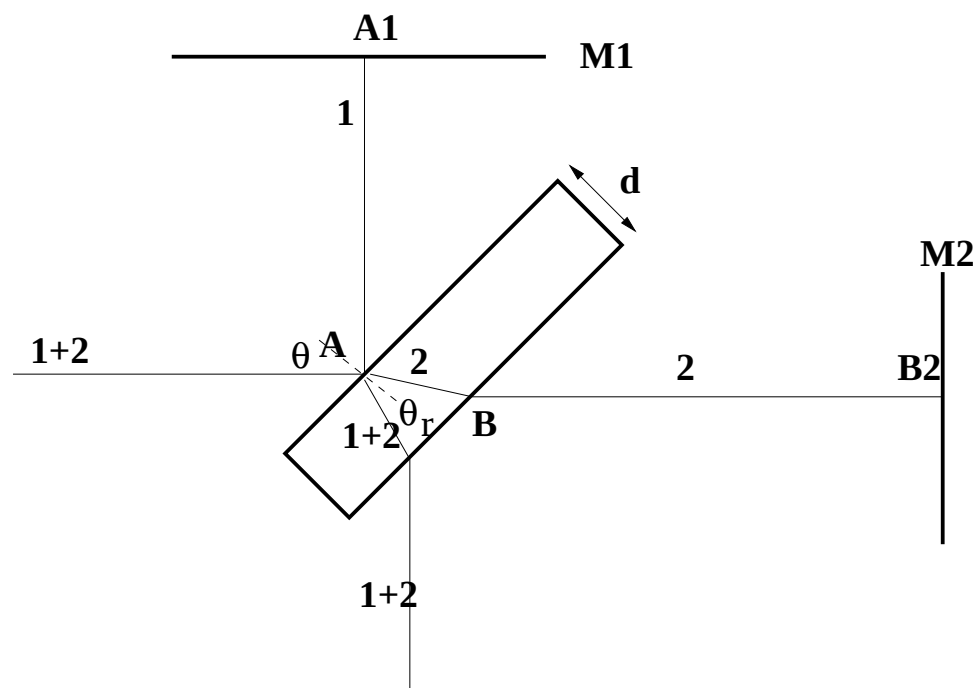
$$\begin{aligned} r_{max}^{clair} &= D\sqrt{2} \\ r_{max}^{sombre} &= D\sqrt{2 - \frac{1}{2p_0}} \end{aligned} \quad (9)$$

Ce qui implique que, pour $\delta > 0 \Rightarrow p_0 > 0$, le dernier anneau sera clair.

On note que, lorsque Δ varie de $\lambda/2$, on passe d'un anneau clair à un anneau sombre et ainsi de suite. Au centre, $r = 0$, on a $\Delta = 2\delta$. On en déduit que l'on peut faire varier la différence de marche en variant la position du miroir M_2 . Ainsi il suffit de compter le nombre de fois que la tache centrale change et mesurer la distance parcourue par le miroir M_2 pour déduire la longueur d'onde.

Exercice : Etablir la relation le nombre d'anneaux comptés N , la distance la distance parcourue par le miroir M_2 et la longueur d'onde λ .

Jusqu'ici on a négligé l'épaisseur de la lame séparatrice. Une vraie lame possède une épaisseur finie, beaucoup plus grande que la longueur d'onde, mais finie devant les autres longueurs caractéristiques (telles la distance entre la lame et les miroirs). Essayons de suivre le chemin d'un rayon de lumière de près, pour nous rendre compte, sous quelles conditions l'épaisseur finie joue un rôle dans notre expérience. A cette fin on regarde le dessin de la fig. 4. Le rayon, qui emprunte le chemin **2**, fait un chemin supplémentaire



de $2(AB)$, par rapport au rayon qui emprunte le chemin **1**. Si l'on place, alors, une lame identique sur le chemin **1**, parallèle à la lame séparatrice, le rayon, empruntant le chemin **1** la traversera une fois allant vers le miroir M_1 et une fois au retour de celui-ci, ce qui *compensera* le chemin $2(AB)$, d'où le terme, *lame compensatrice*, employé pour celle-ci (cf.fig. 5).

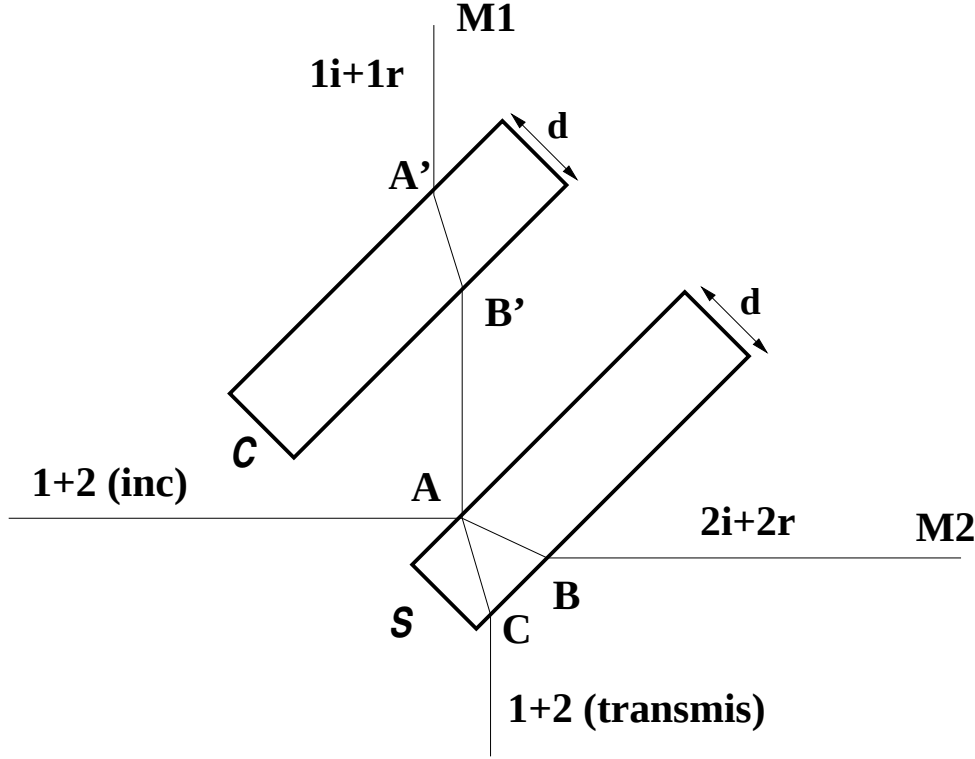


FIG. 5 – Le rôle de la lame compensatrice est d'assurer que les chemins optiques, empruntés par les deux rayons, sont indépendants de l'épaisseur de la lame séparatrice ; pourvu que les lames sont parallèles et identiques. Alors $A'B' // AC$ et $(AB) = (AC) = (A'B')$.

3.3 Le contact optique

Expérimentalement, on contrôle la longueur d'onde λ et la distance entre les miroirs δ . Pour λ fixe, on se rend compte que la valeur $\delta = 0$ semble être spéciale. Elle implique que $p_0 = 0$ et la question que l'on peut se poser est ce que ceci implique pour les anneaux. D'abord il ne peut y avoir d'anneaux sombres, car l'équation de base n'admet pas de solution. Pour les anneaux clairs la situation est plus compliquée, car l'équation de base ne permet pas de fixer leur rayon ($\delta = 0$ implique $p = 0$ mais laisse le rayon arbitraire). La solution à cette perplexité est assez simple, comme on peut le voir sur la figure 2 : les deux sources S_1 et S_2 se confondent et il n'y a plus d'interférence ! On observe l'illumination uniforme provenant d'une source ! Puisque l'image M'_2 coïncide avec la position du miroir M_1 , on appelle cette situation *le contact optique*.

Une autre question intéressante (surtout pour du point de vue expérimental !) est : pour une valeur $\delta \neq 0$, comment se rendre compte que l'on oeuvre pour une diminution

de cette valeur (et donc que l'on se rapproche du contact optique)? Intuitivement, on s'attend à ce que, au fur et à mesure que l'on se rapproche du contact optique (et donc de l'illumination uniforme), la taille de la tache centrale *claire*, et par conséquent le rayon de l'anneau *sombre* de l'ordre le plus élevé qui l'entoure, augmentent. On peut de plus montrer que les anneaux "rentrent" vers le centre lorsque l'on s'approche du contact optique.

Exercice : Expliquer cet effet à l'aide des équations (7) et (8).

4 Déroulement de l'expérience

4.1 Consigne de sécurité concernant les lasers

Le laser est une source lumineuse d'application courante (lecteur de CD, lecteur optique de code barre, chirurgie, électronique, ...). Il permet d'obtenir beaucoup d'énergie dans une région de l'espace très restreinte. C'est notamment cette précision qui lui vaut son succès. Cependant, cela peut parfois être dangereux. En effet, une lumière trop intense arrivant sur l'oeil peut créer des dommages irréparables.

Il ne faut donc jamais regarder directement les rayons issus d'un laser ou même leurs réflexions. Toutes les manipulations utilisant un laser se feront en regardant l'écran.

4.2 Le contact optique

Allumer le laser et placer le verre dépoli. Etablir le système d'anneaux centrés. Il sera parfois nécessaire de récentrer les anneaux, en agissant **délicatement** sur les vis V_1 et V_2 du miroir fixe M_1 . S'approcher du contact optique en agissant sur la vis V_5 de translation du miroir M_2 .

(i) Comment les anneaux évoluent-ils? Expliquer pourquoi.

(ii) Pourquoi ne peut-on pas atteindre le contact optique avec le laser (source monochromatique), mais seulement s'en approcher?

Une fois le voisinage du contact optique ainsi localisé, **éteindre le laser** et placer devant celui-ci la source de lumière blanche. Laisser le verre dépoli en place. Vous pouvez maintenant regarder directement le faisceau émergent de l'interféromètre. Déplacer très délicatement la vis V_5 jusqu'à obtenir des anneaux irisés. Par des manipulations supplémentaires, vous pouvez établir une tache centrale large, de teinte violette-grise. Le contact optique est alors établi.

(i) Expliquer la manifestation du contact optique en lumière blanche.

(ii) Expliquer l'ordre des couleurs observées au voisinage du contact optique. (considérer

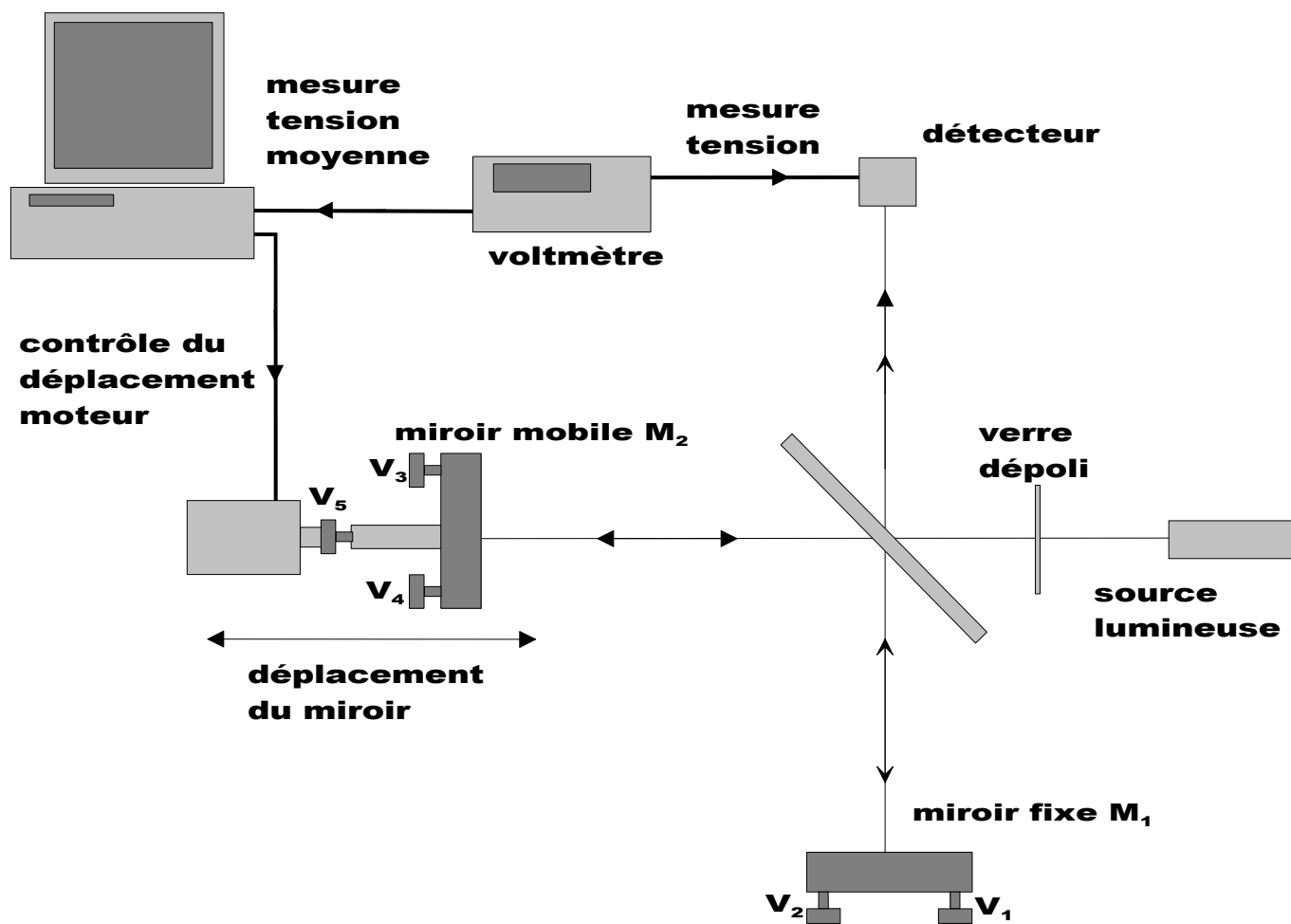


FIG. 6 – Réalisation expérimentale

la lumière blanche comme une superposition de sources monochromatiques)
(iii) Relever sur le vernier la position du miroir M_2 au contact optique (incertitude).

4.3 Franges rectilignes d'interférences

Au contact optique, tourner légèrement la vis V_1 ou V_2 du miroir M_1 .

(i) Qu'observe-t-on ?

(ii) A l'aide d'un schéma identique à celui de la figure 2, expliquer la forme et l'orientation des franges (indice : quelles sont les symétries du système ?).

4.4 Mesure de la longueur d'onde du laser

Remettre le laser en place et l'allumer. S'éloigner du contact optique et établir un système d'anneaux centrés. Oter le verre dépoli et placer le détecteur de manière à ce que la photodiode soit illuminée par le spot le plus lumineux. Connecter le moteur à la vis V_5 . Celui-ci est équipé d'un interrupteur permettant de changer son sens de rotation. Le détecteur est une photodiode qui permet de convertir l'intensité lumineuse en une tension proportionnelle. Il est connecté à un voltmètre lui-même relié à un ordinateur. Un programme d'acquisition permet de mesurer la tension aux bornes du voltmètre (i.e. l'intensité lumineuse) et de déplacer le miroir M_2 simultanément (cf. fig. 6).

1. Entrer le nombre d'anneaux à compter (en général, 1000 à 2000 anneaux sont nécessaires pour obtenir une bonne précision sur λ).
2. Entrer les coordonnées d'affichage à l'écran.
3. Noter la position initiale du miroir M_2 .
4. Lancer la mesure.

Il s'affiche à l'écran la tension mesurée en fonction du déplacement du miroir M_2 . Il est possible de stopper l'acquisition à tout moment en appuyant sur la touche ECHAP. On peut aussi arrêter momentanément la mesure en appuyant sur la touche P, puis de la reprendre en appuyant sur la touche R. Une fois l'acquisition terminée, le résultat peut être sauvegardé sur une disquette sous la forme d'un fichier texte comprenant une colonne *déplacement*, une colonne *tension* et une colonne *incertitude*, de manière pouvoir à exploiter les données avec un tableur.

Expliquer la forme du signal mesuré.

Sachant que l'incertitude sur le comptage des anneaux est de 2 percent, en déduire la longueur d'onde λ du laser et son incertitude. Discuter.

4.5 Interférogramme de lumière blanche

On peut montrer que l'interférogramme $\mathcal{I}(\Delta)$ et le spectre de la source lumineuse $\mathcal{I}(\omega)$ sont reliés par :

$$\begin{aligned}\mathcal{I}(\Delta) &= \text{balbla} \int_0^\infty \mathcal{I}(\omega) e^{i\Delta\omega} \\ \mathcal{I}(\omega) &= \text{balbla} \int_{-\infty}^\infty \mathcal{I}(\omega) e^{i\Delta\omega}\end{aligned}\tag{10}$$

On peut donc, en mesurant l'interférogramme, connaître le spectre et donc les propriétés physiques de la source lumineuse.

Exercice : Calculer l'interférogramme d'une source monochromatique de pulsation ω_0 ($\mathcal{I}(\omega) = \delta(\omega - \omega_0)$) et d'une spectre gaussien centré en ω_0 ($\mathcal{I}(\omega) = e^{(\omega - \omega_0)^2 / \sigma^2}$). Dans le second cas, établir la relation entre la largeur à mi-hauteur du spectre et la largeur à mi-hauteur de l'interférogramme.

Se placer au contact optique. **Eteindre le laser** et placer devant celui-ci la source de lumière blanche. Mesurer l'interférogramme de la lumière blanche. En déduire la largeur approximative du spectre de la lumière blanche. Discuter.

4.6 Facultatif : Etude du doublet du sodium

Eteindre lumière blanche et la remplacer par la lampe à vapeur de sodium sur le banc optique. Etablir un système d'anneaux centrés. En bougeant le miroir mobile, étudier le phénomène du brouillage et l'exploiter pour calculer les longueur d'onde des deux raies jaunes du sodium.

Si vous avez réalisé l'expérience sur les Anneaux de Newton avant celle-ci, comparer vos résultats actuels avec ceux obtenus par le dispositif des Anneaux de Newton-vous êtes d'ailleurs vivement encouragé(e)s de faire la partie facultative, qui vous fournira plusieurs points de comparaison directe.