

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 8

Exercice 1

1) Soit $z > 0$ un réel fixé et B_z la boule de centre 0 et de rayon $\sqrt{z}$, $B_z = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq z\}$. Calculer

$$J_z = \frac{1}{2\pi} \iint_{B_z} e^{-(x^2+y^2)/2} dx dy.$$

en utilisant les coordonnées polaires.

2) Calculer l'intégrale J_6 (exercice 2 de la feuille 7) en utilisant les coordonnées polaires.

Exercice 2

Soit T le domaine du plan défini par les conditions $x \geq 0$, $y \leq 1$, $y - x \geq 0$.

1) Représenter T .

2) Calculer $I_1 = \iint_T x dx dy$ en utilisant les coordonnées cartésiennes.

3) Montrer que T est défini en coordonnées polaires (r, θ) par les conditions $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq r \leq \frac{1}{\sin(\theta)}$.

4) Calculer I_1 en utilisant les coordonnées polaires.

Exercice 3

Soit D le demi-disque de centre $\omega(1, 0)$ et de rayon 1 situé dans le demi-plan des y positifs.

1) Montrer que D est défini en coordonnées cartésiennes par $D = \{(x, y) \mid y \geq 0, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$.

2) Définir D à l'aide des coordonnées polaires.

3) Calculer $I_2 = \iint_D (x^2 + y^2)y dx dy$.

Exercice 4

Soit D le domaine défini par

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 1, x \leq 1, y \geq 0, y \leq x\sqrt{3}\}$$

Calculer $I_3 = \iint_D \frac{x}{y\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$.