

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 7

Exercice 1

Calculer les intégrales doubles suivantes et vérifier le théorème de Fubini pour J_4 .

$$J_1 = \iint_D \frac{xy}{2+y^2} dx dy \quad \text{avec} \quad D = [0; 1] \times [0; 1]$$

$$J_2 = \iint_D \frac{1}{(x-y)^2} dx dy \quad \text{avec} \quad D = [1; 2] \times [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$$

$$J_3 = \iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy \quad \text{avec} \quad D = \{(x, y) | x \in [1; 2], \frac{1}{x} \leq y \leq x\}$$

$$J_4 = \iint_D 60xy^2 dx dy \quad \text{avec} \quad D = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0 \text{ et } x + y \leq 1\}$$

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $D = \{(x, y) | y \geq 1 \text{ et } y + x - 2 \leq 0 \text{ et } x - 2y + 4 \geq 0\}$ par $f(x, y) = \frac{x^2}{y^2}$.

On pose $I = \iint_D f(x, y) dx dy$.

1) Soient $D_1 = \{(x, y) | y \geq 1 \text{ et } y + x - 2 \leq 0 \text{ et } x \geq 0\}$ et $D_2 = \{(x, y) | y \geq 1 \text{ et } x \leq 0 \text{ et } x - 2y + 4 \geq 0\}$.

a) Représenter D , D_1 et D_2 .

b) Calculer $I_1 = \iint_{D_1} f(x, y) dx dy$ et $I_2 = \iint_{D_2} f(x, y) dx dy$. En déduire la valeur de I .

2) Calculer directement I en l'écrivant sous la forme

$$I = \int_1^? \left(\int_?^? f(x, y) dx \right) dy.$$