

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 11

Exercice

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

1) a) Calculer le polynôme caractéristique de A ; en déduire les valeurs propres de A et les vecteurs propres correspondants.

b) En déduire une matrice inversible P telle que $P^{-1} A P = D$ avec $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

2) a) Justifier que, pour n entier, $A^n = P D^n P^{-1}$; en déduire l'expression de A^n .

b) Soit (u_n) une suite vérifiant la relation de récurrence $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 3u_n = 0$. Montrer que le vecteur $X_n = \begin{pmatrix} u_n \\ u_{n+1} \end{pmatrix}$ vérifie la relation $X_{n+1} = A X_n$.

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n , u_0 et u_1 .