

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 2

Exercice 1

Soit $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, y > 0\}$ et f la fonction définie sur E par

$$f(x, y) = (x^2 - y^2) \ln(x + y)$$

- 1) Calculer les dérivées partielles premières de f .
- 2) Déterminer la matrice hessienne de f .
- 3) Déterminer le point stationnaire de f et préciser sa nature.

Exercice 2

1) Effectuer la division euclidienne du polynôme P_i par le polynôme Q_i (i.e. déterminer le quotient et le reste) pour $i = 0, 1, 2$.

$$\begin{aligned} P_0(x) &= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 12x - 3, & Q_0(x) &= x^3 + 4x^2 - x - 4, \\ P_1(x) &= x^3 + 4x^2 - x - 4, & Q_1(x) &= (x + 4), \\ P_2(x) &= x^3 + 2x^2 - 7x + 4, & Q_2(x) &= (x - 1). \end{aligned}$$

2) a) Factoriser le polynôme $P_1(x)$.

b) Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle $\frac{P_0(x)}{Q_0(x)}$.

3) a) Factoriser le polynôme $P_2(x)$.

b) Déterminer des réels a , b et c tels que

$$\frac{3x^2 + 2}{P_2(x)} = \frac{a}{x + 4} + \frac{b}{x - 1} + \frac{c}{(x - 1)^2}$$

c) Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle $\frac{2x^4 + 6x^3 - 7x^2 - 6x + 10}{P_2(x)}$.