

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 1

Exercice 1 Calculer les dérivées des fonctions suivantes, après avoir déterminé leurs domaines de définition.

$$f_1(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$f_2(x) = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$$

$$f_3(x) = (x+1)e^{x^2-1}$$

$$f_4(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$f_5(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

Exercice 2 On définit les fonctions *sinus*, *cosinus* et *tangente hyperboliques* par

$$\operatorname{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \operatorname{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \operatorname{th}(x) = \frac{\operatorname{sh}(x)}{\operatorname{ch}(x)}.$$

- 1) Etudier et représenter ces trois fonctions.
- 2) Calculer $\operatorname{sh}(f_4(x))$ et $\operatorname{ch}(f_5(x))$; que peut-on en conclure ?
- 3) Calculer $f_2(\operatorname{th}(x))$.

Exercice 3 On rappelle les formules

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \quad \sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a).$$

- 1) Calculer $\sin(2x)$ et $\cos(2x)$ en fonction de $\sin(x)$ et $\cos(x)$.
- 2) En déduire l'expression de $\sin^2(x)$ et de $\cos^2(x)$ en fonction de $\cos(2x)$.
- 3) Résoudre dans l'intervalle $[-\pi; \pi]$ l'équation $\cos(x) < -\frac{1}{2}$.
- 4) Etudier et représenter la fonction f définie par $f(x) = \cos(2x) + 2\cos(x)$.