

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 5

Exercice 1 *Contrôle Continu novembre 1999*

En utilisant une intégration par parties calculer

- 1) $\int x \operatorname{ch}\left(\frac{x}{2}\right) dx$.
- 2) $\int_0^{\pi/3} x^2 \arctan(x) dx$. On pourra utiliser la relation $\frac{x^3}{1+x^2} = x - \frac{x}{1+x^2}$.

Exercice 2

- 1) Soit f une fonction impaire définie sur l'intervalle $[-a; a]$; en utilisant le changement de variable $t = -x$ montrer que $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.
- 2) Calculer $\int_{-1}^1 \sqrt{x^2 - 1} dx$ en utilisant le changement de variable $x = \sin \theta$. Pouvaient-on prévoir le résultat, sachant que $y = \sqrt{x^2 - 1}$ est l'équation d'un demi-cercle ?

Exercice 3 *Janvier 2005*

- 1) Calculer $\int_0^{\pi/4} x \sin(2x) dx$ en utilisant une intégration par parties.
- 2) On considère l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1} dx$.
 - a) Calculer I à l'aide du changement de variables $u = e^x$.
 - b) Calculer I à l'aide du changement de variables $u = e^{2x}$.

Exercice 4 *Contrôle Continu avril 1998*

On considère le changement de variable $t = x - \frac{1}{x}$.

Montrer que $\sqrt{x^4 - x^2 + 1} = \frac{\sqrt{t^2 + 1}}{x}$; en déduire la valeur de $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x\sqrt{x^4 - x^2 + 1}} dx$ en utilisant ce changement de variable.