

## Travaux Dirigés n° 3

### Exercice 1

Soit  $f_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f_1(x, y, z) = x^4 + 4z^4 - 4xz^2 - 2x^2y + 3x^2 + 2y^2 + 10yz + 25z^2 - 2y + 1$$

Calculer les dérivées partielles premières de  $f_1$  et vérifier que le point  $A$  de coordonnées  $x = 2$ ,  $y = 5$  et  $z = -1$  est un point stationnaire pour  $f_1$ .

**Exercice 2** Soit  $g(x, y) = (x^2 - y^2)e^{x+y}$ .

- 1) Calculer les dérivées partielles premières de  $g$ .
- 2) Le point  $(0, 0)$  est-il un point stationnaire de  $g$ ?
- 3) Combien  $g$  possède-t-elle de points stationnaires?

### Exercice 3

Soit  $f_2 : \mathbb{R}^2 - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f_2(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$ .

Calculer les dérivées partielles premières de  $f_2$  et exprimer  $\frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2}{\partial y^2}$ .

### Exercice 4

Soit  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, y > 0\}$  et  $f_3$  la fonction définie sur  $E$  par

$$f_3(x, y) = (x^2 - y^2) \ln(x + y)$$

- 1) Calculer les dérivées partielles premières de  $f_3$ . *Simplifiez !*
- 2) Déterminer la matrice hessienne de  $f_3$ .
- 3) Déterminer le point stationnaire de  $f_3$  et préciser sa nature.