

Travaux Dirigés 12

Exercice 1

Soient les nombres complexes $z_1 = 3\sqrt{2}(1+i)$, $z_2 = 3i\sqrt{2}$ et $z_3 = 3\frac{\sqrt{2}}{2}(-1+i)$.

- 1) Représenter graphiquement z_1 , z_2 et z_3 .
- 2) Calculer $\frac{z_2 - z_3}{z_1}$ et $\frac{z_3}{z_1}$.

Exercice 2

On considère le polynôme $P(z) = z^3 - 2z^2 + (4 + 6i)z - 20$.

- 1) Calculer $P(-2i)$. Déterminer les nombres complexes a et b tels que $P(z) = (z + 2i)(z^2 + az + b)$.
- 2) Déterminer les racines de P (on pourra calculer $(1 - i)^2$).

Exercice 3

- 1) Déterminer le module et un argument des nombres complexes $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.
- 2) Exprimer z_3 sous forme cartésienne.
- 3) Calculer z_3^{2006} .

Exercice 4

- 1) Résoudre l'équation $z^2 - 2z \cos \theta + 1 = 0$ où $\theta \in [0; \pi]$. Factoriser alors le polynôme $z^2 - 2z \cos \theta + 1$.
- 2) Soit le polynôme $P(z) = (z^2 - 2z \cos \alpha + 1)(z^2 - 2z \cos \beta + 1)$. Déterminer $\alpha \in [0; \pi]$ et $\beta \in [0; \pi]$ de sorte que $P(z) = z^4 - 3z^3 + 4z^2 - 3z + 1$. En déduire les racines de P .