

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 6

Exercice 1

1) Justifier l'existence des intégrales

$$J_1 = \int_0^1 \frac{\ln(t)}{\sqrt{1-t}} dt \quad J_2 = \int_0^{+\infty} \frac{\arctg(t)}{1+t^2} dt,$$

et calculer explicitement J_2 .

2) Etudier la convergence de l'intégrale $J_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x^2}$. Que peut-on dire de l'espérance d'une v.a.r suivant une loi de Cauchy de densité $\frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2}$?

Exercice 2

1) Soit D le disque défini par $x^2 + y^2 \leq 1$; calculer, à l'aide des coordonnées polaires

$$J_4 = \iint_D \frac{1}{(x^2 + y^2 + 1)} dx dy.$$

2) Soit T le domaine défini par les conditions $x \geq 0$, $x \leq 1$, $y \geq 0$ et $y - x \leq 0$.

a) Représenter T .

b) Calculer $K = \iint_T x dx dy$ en utilisant les coordonnées cartésiennes.

c) Définir T à l'aide des coordonnées polaires, puis calculer K en utilisant les coordonnées polaires.

Exercice 3 mai 99

Soit $\mathcal{D}$ le domaine défini par $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$. Calculer

$$J_5 = \iint_{\mathcal{D}} x^2 dx dy$$