

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 8

Exercice 1

Résoudre les équations différentielles

$$\begin{aligned}(E_1) \quad & y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = 0 \\(E_2) \quad & y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = 10 \cos(x) \\(E_3) \quad & y''(x) + y'(x) + y(x) = 0 \\(E_4) \quad & y''(x) + y'(x) + y(x) = x^2 + 2x + 2 \\(E_5) \quad & y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = (x^3 + x)e^{2x}.\end{aligned}$$

Exercice 2

1) Pour quelles valeurs de A et B la fonction $x \mapsto (A + B \ln(x))e^{-x}$ est-elle solution de l'équation différentielle

$$(E_6) \quad y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = \frac{1-x}{x^2}e^{-x}$$

2) Déterminer la solution générale de (E_6) .

3) Déterminer la solution de (E_6) telle que $y(1) = 0$ et $y'(1) = 0$.

Exercice 3

On considère la relation de récurrence $(R_1) \quad u_{n+2} - 5u_{n+1} + 6u_n = 0$.

1) Soit y la solution de $(E_1) \quad y'' - 5y' + 6y = 0$, avec les conditions initiales $y(0) = 2$ et $y'(0) = 5$.

On pose $u_n = y^{(n)}(0)$ (dérivée n^{ième} de y en 0). Montrer que u_n satisfait la relation (R_1) .

2) Résoudre l'équation (E_1) et en déduire la solution de (R_1) .

Exercice 4

On considère la suite définie par son premier terme u_0 et la relation de récurrence $4u_{n+1} = 3u_n + 1$.

1) Faire une représentation graphique.

2) Donner l'expression du terme général u_n en fonction de n et u_0 . Étudier la convergence de la suite u_n .

3) Mêmes questions pour la suite définie par $3v_{n+1} = 4v_n - 1$.