

## Mathématiques

### Travaux Dirigés n° 7

#### Exercice 1

Soient les domaines  $D_1 = [0; 1] \times [0; 1]$ ,  $D_2 = \{(x, y) \text{ tels que } x \geq 1, y \geq 1, x + y \leq 3\}$ .  
Représenter  $D_1$  et  $D_2$  et calculer

$$J_1 = \iint_{D_1} (x + y)^2 dx dy \quad J_2 = \iint_{D_2} (x + y)^2 dx dy \quad J_3 = \iint_{D_2} \frac{1}{(x + y)^3} dx dy.$$

#### Exercice 2

1) Soit  $D$  le disque défini par  $x^2 + y^2 \leq 1$ ; calculer, à l'aide des coordonnées polaires

$$J_4 = \iint_D \frac{1}{x^2 + y^2 + 1} dx dy.$$

2) Soit  $T$  le domaine défini par les conditions  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $y \geq 0$  et  $y - x \leq 0$ .

a) Représenter  $T$ .

b) Calculer  $K = \iint_T x dx dy$  en utilisant les coordonnées cartésiennes.

c) Définir  $T$  à l'aide des coordonnées polaires, puis calculer  $K$  en utilisant les coordonnées polaires.

#### Exercice 3

On pose  $I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$  et  $J = \iint_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-y^2} dx dy$ .

1) En admettant que les formules du cours sont valables pour des intégrales impropres, montrer que  $J = I^2$ .

2) Calculer  $J$  en utilisant les coordonnées polaires. En déduire la valeur de  $I$ .