

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 5

Exercice 1 *équation à variables séparables*

C'est une équation de la forme $f(y(t))y'(t) = g(t)$. Sa résolution se ramène à trouver une primitive F de f et une primitive G de g , car on a alors $F(y(t)) = G(t) + K$.

Résoudre

$$(E_1) \quad y^2(t) + 1 - t y'(t) = 0.$$

$$(E_2) \quad x^2 y'(x) + y(x) + y^2(x) = 0.$$

Exercice 2 *équation linéaire*

C'est un cas particulier d'équation à variables séparables de la forme $y'(t) - a(t)y(t) = 0$ dont la solution générale est donnée par $y(t) = K e^{\int a(s) ds}$.

Résoudre les équations différentielles

$$(E_2) \quad (1 + x^2)y'(x) - xy(x) = 0.$$

$$(E_3) \quad x(1 - x^2)y'(x) + (2x^2 - 1)y(x) = 0.$$

Exercice 3 *Variation de la constante*

Pour une équation linéaire avec second membre $y'(t) - a(t)y(t) = g(t)$ on cherche une solution particulière sous la forme $y_p(t) = K(t)e^{\int a(s) ds}$.

Résoudre

$$(E_4) \quad (1 + x^2)y'(x) - xy(x) = \sqrt{1 + x^2}.$$

$$(E_5) \quad 2x(1 - x)y'(x) + (1 - x)y(x) = \sqrt{x}.$$