

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 4

Exercice 1 1) Calculer $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$ à l'aide du changement de variable $x = \sin(t)$.

2) Calculer $J = \int_1^4 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$ en utilisant le changement de variable $u = \sqrt{x}$.

Exercice 2

Après avoir écrit $x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ (forme canonique), calculer 2) Calculer $J = \int_1^4 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$ en utilisant le changement de variable $u = \sqrt{x}$.

$$I_1 = \int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}} dx = \int_{-1}^0 \frac{(x - 2) + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}} dx$$

Exercice 3

1) En écrivant $I = \int \arctan(x) dx$ sous la forme $I = \int \arctan(x) 1 dx$, calculer I .

2) a) Calculer la dérivée de la fonction $x \mapsto \tan(x)$.

b) Calculer $I = \int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$.

3) Calculer $I_n = \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$ (on pourra intégrer par parties pour obtenir une formule de récurrence).

Exercice 4

1) Déterminer les réels a, b, c tels que $f(x) = \frac{6}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x - 1} + \frac{c}{x + 1}$; en déduire $\int f(x) dx$.

2) On pose $g(x) = \frac{1}{x^2(x + 1)}$.

a) Déterminer 3 réels a, b et c tels que $g(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + \frac{c}{x + 1}$.

b) En déduire $K = \int_{1/3}^1 g(t) dt$.

3) Déterminer les réels a, b_1, b_2 tels que $h(x) = \frac{1}{(x + 2)(x + 1)^2} = \frac{a}{x + 2} + \frac{b_1}{x + 1} + \frac{b_2}{(x + 1)^2}$. En déduire $\int_0^1 h(x) dx$.