

Exercice 1

Soit $f_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f_1(x, y, z) = x^4 + 4z^4 - 4xz^2 - 2x^2y + 3x^2 + 2y^2 + 10yz + 25z^2 - 2y + 1$$

Calculer les dérivées partielles premières de f_1 et vérifier que le point A de coordonnées $x = 2$, $y = 5$ et $z = -1$ est un point stationnaire pour f_1 .

Exercice 2 Soit $g(x, y) = (x^2 - y^2)e^{x+y}$.

1) Calculer les dérivées partielles premières de g .

2) Le point $(0, 0)$ est-il un point stationnaire de g ? 3) Combien g possède-t-elle de points stationnaires ?

Exercice 3

Soit $f_2 : \mathbb{R}^2 - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f_2(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$.

Calculer les dérivées partielles premières de f_2 et exprimer $\frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2}{\partial y^2}$.

Exercice 4

Soit $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, y > 0\}$ et f_3 la fonction définie sur E par

$$f_3(x, y) = (x^2 - y^2) \ln(x + y)$$

1) Calculer les dérivées partielles premières de f_3 . *Simplifiez !*

2) Déterminer la matrice hessienne de f_3 .

3) Déterminer le point stationnaire de f_3 et préciser sa nature.