

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 2

Exercice 1

Calculer une primitive de chacune des fractions rationnelles f_1 et f_2 de l'exercice 2 de la feuille 1.

Exercice 2 *Contrôle Continu novembre 1999*

Soit f définie par
$$f(x) = \frac{x^2 + 6x + 1}{(x - 3)^2(x - 1)}.$$

1) Déterminer les réels a , b , c tels que

$$f(x) = \frac{a}{(x - 3)^2} + \frac{b}{x - 3} + \frac{c}{x - 1}.$$

2) En déduire $\int f(x) dx$.

Exercice 3 *Contrôle Continu novembre 1999*

En utilisant une intégration par parties calculer

1) $\int x \operatorname{ch}\left(\frac{x}{2}\right) dx.$

2) $\int_0^{\pi/3} x^2 \arctan(x) dx.$ On pourra utiliser la relation $\frac{x^3}{1+x^2} = x - \frac{x}{1+x^2}.$

Exercice 4

1) Soit f une fonction impaire définie sur l'intervalle $[-a; a]$; en utilisant le changement de variable $t = -x$ montrer que $\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$

2) Après avoir remarqué que $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$, calculer l'intégrale

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

en utilisant les changements de variables $u = x + \frac{1}{2}$ et $u = \frac{\sqrt{3}}{2}v.$

3) Calculer $\int_{-1}^1 \sqrt{x^2 - 1}$ en utilisant le changement de variable $x = \sin \theta$. Pouvaient-on prévoir le résultat, sachant que $y = \sqrt{x^2 - 1}$ est l'équation d'un demi-cercle ?

Exercice 5 *Contrôle Continu avril 1998*

A l'aide du changement de variable $t = x - \frac{1}{x}$, calculer $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x\sqrt{x^4 - x^2 + 1}} dx.$