

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 7

Exercice 1

- 1) Calculer le polynôme caractéristique de la matrice A de l'exercice 2 du TD 6 ; pouvait-on prévoir que le terme constant du polynôme caractéristique serait nul ?
- 2) Calculer le polynôme caractéristique de la matrice B de l'exercice 2 du TD 6. Quelles sont les valeurs propres ? Pouvait-on prévoir ce résultat sachant que $B^{-1} = B$?

Exercice 2

On considère les matrices $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- 1) a) La matrice C est-elle diagonalisable ?
b) Calculer C^2 , C^3 , C^4 ; en déduire l'expression de C^n .
- 2) a) Déterminer le ou les valeur(s) propre(s) et vecteur(s) propre(s) de D.
b) La matrice D est-elle diagonalisable ?
c) Montrer que le plan $(P) : x + y + z = 0$ est invariant par D, c'est-à-dire que si $X \in (P)$ alors $D.X \in (P)$.
d) Calculer D^2 , D^3 ; pouvait-on prévoir le résultat ?

Exercice 3

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 24 & -10 \\ 30 & -11 \end{pmatrix}$.

- 1) Diagonaliser M. En déduire l'expression de M^n pour n entier positif.
- 2) Justifier que M est inversible et calculer M^{-1} , puis M^n pour n entier négatif.
- 3) Montrer qu'on peut trouver 4 matrices N_1, N_2, N_3, N_4 telles que $N_i^2 = M$ pour $i = 1, 2, 3, 4$.