

Mathématiques

Travaux Dirigés n° 5

Exercice 1 *équation à variables séparables*

C'est une équation de la forme $f(y(t))y'(t) = g(t)$. Sa résolution se ramène à trouver une primitive F de f et une primitive G de g .

Résoudre

$$(E_1) \quad y^2(t) + 1 - t y'(t) = 0.$$

Exercice 2 *équation homogène*

C'est un cas particulier d'équation à variables séparables dans laquelle on peut prendre comme nouvelle fonction inconnue $k(t) = y(t)/t$, c'est-à-dire $y(t) = t k(t)$.

Résoudre

$$(E_2) \quad t^2 + y^2(t) = 2 t y'(t) y(t).$$

Exercice 3 *équation linéaire*

Résoudre les équations différentielles

$$(E_3) \quad (1 + x^2)y'(x) - xy(x) = 0.$$

$$(E_4) \quad (1 + x^2)y'(x) - xy(x) = \sqrt{1 + x^2}.$$

Pour (E_4) on utilisera la méthode de *variation de la constante*.

Exercice 4

Résoudre l'équation différentielle

$$(E_5) \quad 2x(1 - x)y'(x) + (1 - x)y(x) = \sqrt{x}.$$

Exercice 5 *équation de Riccati*

On considère l'équation

$$(E_6) \quad y'(x) + y(x) + y^2(x) = 0.$$

1) Soit y une solution qui ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$. Montrer en divisant par y^2 que $z = 1/y$ est solution d'une équation linéaire.

2) Résoudre alors E_6 .