

Économie et Gestion
DEUG 2^{ème} année

CONTRÔLE CONTINU AVRIL 98
Durée : 1 heure 30.

Document Autorisé : Formulaire distribué en cours
Calculatrice autorisée : Casio FX 180 P(+)

Mathématiques

Exercice 1

Une société émet un emprunt de 20 000 obligations de valeur nominale 6 000 F. Le taux nominal est de 5,75% et l'emprunt est remboursé par 10 annuités constantes.

- 1) a) Calculer le taux de placement pour l'obligataire remboursé à la fin de la première année.
- b) Calculer le taux de placement pour l'obligataire remboursé à la fin de la deuxième année.
- 2) Ecrire les deux premières et les deux dernières lignes du tableau d'amortissement.
- 3) Calculer le montant de la dette immédiatement après le paiement de la quatrième annuité.

Exercice 2

- 1) Déterminer les réels a et b tels que : $\forall t \in \mathbb{R}, \quad \frac{t-2}{(2t-3)^2} = \frac{a}{(2t-3)^2} + \frac{b}{(2t-3)}.$

En déduire la valeur de l'intégrale $I_1 = \int_0^1 \frac{t-2}{(2t-3)^2} dt.$

- 2) Calculer $I_2 = \int_0^1 \operatorname{argsh}(x) dx.$ (On pourra utiliser une intégration par parties)

Exercice 3

- 1) Soit $\mathcal{D}$ le domaine défini par $\mathcal{D} = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 2\}.$

Calculer $I_3 = \iint_{\mathcal{D}} (x^2 + xy + y^2) dx dy.$

- 2) On rappelle que : $\cos^4(x) = \frac{1}{8} \cos(4x) + \frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{3}{8}.$

Soit $\mathcal{D}'$ l'intérieur du cercle de centre $(\frac{1}{2}, 0)$ et de rayon $\frac{1}{2}$ défini par $\mathcal{D}' = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 - x \leq 0\}.$

Calculer, en utilisant les coordonnées polaires, $I_4 = \iint_{\mathcal{D}'} (x^2 + y^2 + 1) dx dy.$

Exercice 4

Vous devez traiter une, et une seule, des deux questions 1) ou 2) ci-dessous.

- 1) Soit $\mathcal{D}''$ le domaine défini par $\mathcal{D}'' = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}.$

Calculer $I_5 = \iint_{\mathcal{D}''} \frac{2x}{\sqrt{2-x^2-y^2}} dx dy.$

- 2) A l'aide du changement de variable $t = x - \frac{1}{x}$, calculer $I_6 = \int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x\sqrt{x^4 - x^2 + 1}} dx.$