

UNIVERSITE FRANÇOIS RABELAIS
FACULTÉ DE DROIT, D'ÉCONOMIE ET DES SCIENCES SOCIALES

Année 2001-2002

Contôle Continu du 1^{er} semestre

DEUG Économie-Gestion 2^{ème} année

Durée : 1 heure

CALCULATRICE AUTORISÉE : Casio FX 180P(+)

Mathématiques

Exercice 1

On pose $z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 1) Mettre z et z^2 sous forme trigonométrique.
- 2) Mettre sous forme cartésienne z^2 et $z^2 - z$; en déduire les solutions de $z^2 - z + 1 = 0$ dans $\mathbb{C}$.
- 3) Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^4 - z^2 + 1 = 0$.

Exercice 2

1) En écrivant $I = \int \arctan(x) dx$ sous la forme $I = \int \arctan(x) 1 dx$, calculer I .

2) Calculer $J = \int_1^4 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$ en utilisant le changement de variable $u = \sqrt{x}$.

Exercice 3

On pose $f(x) = \frac{1}{x^2(x+1)}$.

1) Déterminer 3 réels a , b et c tels que $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + \frac{c}{x+1}$.

2) En déduire $K = \int_{1/3}^1 f(t) dt$.

Exercice 4

1) Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle $\frac{x}{(1-x^2)(1+x^2)}$.

2) Calculer $L = \int_0^{\pi/4} \frac{\tan(t)}{1 + \sin^2(t)} dt$ en utilisant le changement de variable $x = \sin(t)$.

UNIVERSITE FRANÇOIS RABELAIS
FACULTÉ DE DROIT, D'ÉCONOMIE ET DES SCIENCES SOCIALES

Année 2001-2002

Remplacement C.C. du 1^{er} semestre

DEUG Économie-Gestion 2^{ème} année

Durée : 1 heure

CALCULATRICE AUTORISÉE : Casio FX 180P(+)

Mathématiques

Exercice 1

On pose $z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = \frac{-1+i}{\sqrt{2}}$.

- 1) Mettre sous forme cartésienne $z_1 z_2, \frac{z_2}{z_1}$.
- 2) Mettre sous forme trigonométrique z_1, z_2, z_1^3, z_2^4 .
- 3) En déduire $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$.

Exercice 2

- 1) a) Calculer la dérivée de la fonction $x \mapsto \tan(x)$.

b) Calculer $I = \int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$.

- 2) Calculer $J = \int_1^3 \frac{\sqrt{x-1}}{1+x} dx$ en utilisant le changement de variable $u = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2}}$.

Exercice 3

- 1) Développer, réduire et ordonner $(x-1)(1+(x+1)^2)$.

- 2) Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle $\frac{5}{x^3 + x^2 - 2}$.

Exercice 4

On rappelle que $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$.

On pose $z = e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$.

- 1) Montrer que $z\bar{z} = 1$ puis que

$$z + \bar{z} = \cos(\theta), \quad z^2 + \bar{z}^2 = \cos(2\theta), \quad z^3 + \bar{z}^3 = \cos(3\theta).$$

- 2) En déduire que $\cos^4(\theta) = \frac{1}{8}(\cos(4\theta) + 4\cos(2\theta) + 3)$.

- 3) Calculer $K = \int_0^{\pi/2} \cos^4(t) dt$.