

UNIVERSITE FRANÇOIS RABELAIS
FACULTÉ DE DROIT, D'ÉCONOMIE ET DES SCIENCES SOCIALES

Année 2001-2002

Contrôle Continu du 2^{ème} semestre

DEUG Économie-Gestion 2^{ème} année

Durée : 1 heure

CALCULATRICE AUTORISÉE : Casio FX 180P(+)

Mathématiques

Exercice 1

- 1) La matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est-elle inversible ? Si oui déterminer A^{-1} .
- 2) Calculer le polynôme caractéristique de la matrice A.

Exercice 2

Soit la matrice $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ayant pour polynôme caractéristique $P_C(\lambda) = -\lambda^3 + 3\lambda^2 + 22\lambda - 24$.

Déterminer une matrice inversible P et une matrice diagonale D telle que $C = P D P^{-1}$. (On ne demande pas de calculer P^{-1} .)

Exercice 3

On considère la suite u_n définie par ses deux premiers termes $u_0 = 9$, $u_1 = 3$ et la relation de récurrence

$$(E) \quad 2u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0.$$

- 1) Montrer que la suite $X_n = \begin{pmatrix} u_n \\ u_{n+1} \end{pmatrix}$ satisfait la relation

$$X_{n+1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} X_n.$$

- 2) Chercher directement à quelle condition une suite géométrique $u_n = u_0 q^n$ satisfait la relation (E).
- 3) a) Dédurre des questions précédentes l'expression de u_n en fonction de n .
- b) Que peut-on dire du comportement de la suite u_n lorsque n tend vers l'infini ?

UNIVERSITE FRANÇOIS RABELAIS
FACULTÉ DE DROIT, D'ÉCONOMIE ET DES SCIENCES SOCIALES

Année 2001-2002

Remplacement C.C. du 2^{ème} semestre

DEUG Économie-Gestion 2^{ème} année

Durée : 1 heure

CALCULATRICE AUTORISÉE : Casio FX 180P(+)

Mathématiques

Exercice 1

- 1) La matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ est-elle inversible ? Si oui déterminer A^{-1} .
- 2) Calculer le polynôme caractéristique de la matrice A.

Exercice 2

Soit la matrice $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ayant pour polynôme caractéristique $P_C(\lambda) = -\lambda^3 + \frac{5}{2}\lambda^2 + \lambda - \frac{5}{2}$.

Déterminer une matrice inversible P et une matrice diagonale D telle que $C = P D P^{-1}$. (On ne demande pas de calculer P^{-1} .)

Exercice 3

Déterminer la suite $X_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ définie par la relation

$$X_{n+1} = \begin{pmatrix} -13 & 25 \\ -9 & 17 \end{pmatrix} X_n \quad X_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$