

DEUG Économie-Gestion 2^{ème} année

Durée : 1 heure

FORMULAIRES AUTORISÉS

Mathématiques

Exercice 1

Soit D le domaine défini par les conditions $1 \leq x \leq 2$, $y \geq 0$ et $x^2 + y^2 - 2x \leq 0$.

- 1) Calculer, en utilisant les coordonnées cartésiennes, $J_1 = \iint_D \frac{y}{x} dx dy$.
- 2) a) Définir le domaine D en coordonnées polaires.
b) Calculer J_1 en utilisant les coordonnées polaires.

Exercice 2

- 1) Discuter selon les valeurs de m l'existence et le nombre des solutions du système

$$(S) \quad \begin{cases} x - my + m^2z &= m \\ mx + y - m^3z &= 1 \\ mx - m^2y + mz &= 1 \end{cases}$$

- 2) Résoudre (S) lorsque $m > 1$.

Exercice 3

- 1) Vérifier que $r^3 - r^2 - r - 2 = (r - 2)(r^2 + r + 1)$.
- 2) On considère la relation de récurrence linéaire $(R_1) \quad u_{n+3} = u_{n+2} + u_{n+1} + 2u_n$.
 - a) Déterminer les suites géométriques vérifiant (R_1) .
 - b) Déterminer le terme général de la suite (u_n) vérifiant (R_1) et définie par $u_0 = 2$, $u_1 = 2$ et $u_2 = 3$.
 - c) Même question avec la suite (v_n) vérifiant (R_1) et définie par $v_0 = 2$, $v_1 = 2$, $v_2 = -4$.
 - d) Comment faut-il choisir w_0 , w_1 et w_2 pour qu'une suite (w_n) satisfaisant (R_1) soit périodique ?

DEUG Économie-Gestion 2^{ème} année

Durée : 1 heure

FORMULAIRES AUTORISÉS

Mathématiques

Exercice 1 Les deux questions sont indépendantes.

1) On considère le domaine D défini par les conditions $0 \leq x \leq \sqrt{3}$ et $0 \leq y \leq \sqrt{x^2 + 1}$.

Calculer $\iint_D y(x^2 + y^2 + 1) \, dx dy$.

2) On considère le domaine T défini en coordonnées polaires par les conditions $0 \leq \theta \leq \pi/4$ et $\frac{1}{\cos(\theta)} \leq r \leq \frac{2}{\cos(\theta)}$.

a) Représenter le domaine T .

b) Calculer $\iint_T x y \, dx dy$

Exercice 2

On considère la matrice B définie par $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et la matrice $M = \text{Id} + B$.

1) Calculer B^2 .

2) La matrice M est-elle diagonalisable ? Justifier votre réponse !

3) Calculer M^2 et M^3 ; montrer par récurrence que M^n s'exprime simplement en fonction de Id et de B .

Exercice 3

1) Vérifier que $r^3 - 2\sqrt{3}r^2 + 4r - \sqrt{3} = (r - \sqrt{3})(r^2 - \sqrt{3}r + 1)$.

2) On considère la relation de récurrence linéaire (R_1) $u_{n+3} = 2\sqrt{3}u_{n+2} - 4u_{n+1} + \sqrt{3}u_n$.

a) Déterminer les suites géométriques vérifiant (R_1) .

b) Déterminer le terme général de la suite (u_n) vérifiant (R_1) et définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 0$ et $u_2 = 1$.

c) Même question avec la suite (v_n) vérifiant (R_1) et définie par $v_0 = 1$, $v_1 = \sqrt{3}$, $v_2 = 2$.

d) Comment faut-il choisir w_0 , w_1 et w_2 pour qu'une suite (w_n) satisfaisant (R_1) soit périodique ?