

UNIVERSITE FRANCOIS RABELAIS
FACULTE DE DROIT, D'ECONOMIE ET DES SCIENCES SOCIALES

Nom :
Prénom :
Date de naissance :
Groupe de TD :

Sciences Economiques
DEUG 1ère année
Année 1995-1996

Epreuve : Session de février 1996
Durée : 2 heures.

Calculatrice autorisée : Casio 180P

Mathématiques

Exercice I) Soit la fonction $f(x, y, z) = z^4 - (x + y + 1)z^2 + 2x^2 + 3y^2 + 5xy + x$.

1) Calculez les dérivées partielles premières de f .

2) Montrer que le point $(6, -5, 0)$ est stationnaire pour f et étudier la nature de ce point.

3) Déterminer les autres points stationnaires de f et préciser leur nature.

Exercice II) Soit f l'application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans lui-même dont la matrice relativement à la base canonique (e_1, e_2, e_3) est

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1) Calculer A^2 et A^3 .

2) En déduire

a) les expressions de A^{12} , A^{13} et A^{14} .

b) que A est inversible et préciser A^{-1} .

3) a) Déterminer le noyau de f .

b) Calculer A^{-1} sans utiliser les résultats de la question précédente.

c) Déterminer le vecteur v tel que $f(v) = e_1$.

Exercice III) Soit f l'application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^4$ définie par

$$f(x, y, z) = (x + 2y - 3z, 2x - y + 4z, 4x + 3y - 2z, 3x + y + z)$$

1) Quelle est la matrice de f par rapport aux bases canoniques de $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^4$?

2) Déterminer $\ker(f)$ et donner une base de $\ker(f)$.

3) Déterminer $\text{Im}(f)$, préciser sa dimension et en donner une base.