

UNIVERSITÉ FRANÇOIS RABELAIS
FACULTÉ DE DROIT, D'ÉCONOMIE ET DES SCIENCES SOCIALES

Nom :

Prénom :

Date de naissance :

Groupe de TD :

Économie et Gestion

DEUG 1^{ère} année

Année 1997-1998

Contrôle Continu Avril 1998

Durée : 1 heure.

Exercice 1

Soit f l'application linéaire de $\mathbb{R}^4$ dans lui-même dont la matrice rapportée à la base canonique est

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \\ -3 & -5 & 1 & 6 \\ 4 & 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

1) Déterminer le noyau de f , noté $\text{Ker}(f)$; préciser sa dimension et en donner une base.

2) a) Quel est le rang de f ?

b) Justifier que le vecteur $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ appartient à $\text{Im}(f)$.

c) Indiquer une base de $\text{Im}(f)$.

Exercice 2

Soit g l'application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans lui-même dont la matrice rapportée à la base canonique est

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

1) Déterminer B^2 et B^3 ; calculer $B^3 + 2B^2 - B$.

2) Calculer le polynôme caractéristique de g .

3) Diagonaliser B .

Exercice 3

Soit h l'application linéaire de $\mathbb{R}^4$ dans lui-même dont la matrice rapportée à la base $\mathcal{B} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ est

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

1) Exprimer $h(x_1)$, $h(x_2)$, $h(x_3)$ et $h(x_4)$ en fonction de x_1 , x_2 , x_3 et x_4 .

2) a) Justifier que $\mathcal{B}' = (x_4, x_3, x_2, x_1)$ est aussi une base de $\mathbb{R}^4$.

b) Déterminer la matrice de h relativement à $\mathcal{B}'$.