Introduction à Maple

Découvrons d'abord les icônes

```
> #Ceci est le 'prompt'  et # permet d'introduire un commentaire
> 1/3 + 2/3; #ne pas oublier le ;
```

$$1$$

Appuyer sur la touche Entrée pour que Maple exécute votre commande, qui doit se terminer par ; ou :

```
> a := 2; #opérateur d'affectation
```

$$a := 2$$

```
> a;  #pour se rappeler la définition de a
```

$$2$$

```
> A;
```

$$A$$

Maple distingue majuscules et minuscules et permet d'utiliser des noms de variables avec plusieurs caractères, et même les lettres grecques. Une variable Maple peut représenter à peu près n'importe quoi : un entier, un complexe, une fonction, une procedure, une valeur numerique, une integrale, une dérivée, un graphique...

```
> alpha := sqrt(a);
```

$$\alpha := \sqrt{2}$$

```
> b := alpha^2 : # :
```

Si l'instruction se termine par : au lieu de ; il n'y a pas d'affichage du résultat mais, bien sûr, l'instruction est executée.

```
> b;
```

$$2$$

Maple est un logiciel de calcul symbolique, il sait que le symbole sqrt(2) élevé au carré donne 2 sans utiliser d'approximation numérique.

Première difficulté : les expressions Maple ne sont pas des fonctions, si on change la valeur de a, alpha ne change pas.

```
> a := 3:
> alpha ;
```

$$\sqrt{2}$$

Comparer avec la séquence suivante

```
> beta := sqrt(c);
```

$$\beta := \sqrt{c}$$

```
> c := 4;
```

$$c := 4$$

```
> beta;
```

$$\sqrt{4}$$

```
> c := 9: beta;  # on peut grouper plusieurs instructions sur une
  ligne.
```

$$\sqrt{9}$$

Explication : au moment d'évaluer alpha, la valeur de a était connue, Maple a substitué cette valeur à a ; pour beta, c n'étant pas affectée, l'évaluation est reportée à plus tard...au moment où on la demande explicitement. C'est une source infinie de problème, en particulier si on remonte dans l'historique...

```
> aa := evalf(alpha); # si on tient a avoir une valeur numérique
```

$$aa := 1.414213562$$

Les valeurs numeriques peuvent être calculées avec une précision arbitraire, le deuxieme argument de evalf indique le nombre de décimales souhaitées, sans limite ?

```
> evalf(alpha,24);
```

$$1.41421356237309504880169$$

Par contre le calcul n'est pas exact...

```
> aa^2;
```

$$1.999999999$$

Maple connait les constantes suivantes

```
> Pi;E;I;infinity;gamma;
```

$$\pi$$
$$E$$
$$I$$
$$\infty$$
$$\gamma$$

Ne confondez pas pi (la lettre grecque) et Pi la constante bien connue. N'essayez pas d'appeler une intégrale I, Maple refuse d'affecter une valeur à I puisque c'est une constante ! De même les noms des fonctions Maple sont protégées, la lettre D (pour dérivation).

```
> pi := 0: cos(Pi); cos(pi); Cos(Pi);
```

$$-1$$
$$1$$
$$\mathrm{Cos}(\pi)$$

Maple distingue les majuscules des minuscules, donc Cos est pour lui une fonction inconnue.

```
> Pi := 0: # génére un message d'erreur !
```

Le symbole " (% en Release 5 et 6) désigne le dernier résultat calculé par Maple et peut être réutilisé par la suite : c'est une
source inépuisable d'erreurs...

```
> l2 := ln(2):
> exp(");
>
Warning, incomplete string;  use " to end the string
```

Avec l'interface Windows (ou Unix) de Maple on peut naviguer dans la feuille de calcul, remonter quelques lignes ou quelques pages plus haut et réevaluer les mêmes instructions : c'est particulièrement dangereux, mais hélàs souvent inévitable, surtout si on utilise la commande " (ou % en Release 5 ou 6) .

VOUS AUREZ ETE PREVENUS !

Voyons maintenant l'instruction la plus utile de Maple : restart : elle remet tout dans l'état initial, annulle toutes les définitions, et permet d'éviter les pièges précécents ; cela devrait être la première instruction de tout programme Maple !

```
> restart :
> P := x^2+x+1;
```

$$P := x^2 + x + 1$$

Ceci est une expression pas une fonction ; elle n'est pas évaluée car la variable x est libre.

```
> x:=1: P;
```

```
> x:=2: P;
```

$$7$$

```
> Q := x^4+x^2+1;
```

$$Q := 21$$

Q est evalué complètement car x n'est plus libre.

```
> x := 'x';   # on libère x
```

$$x := x$$

```
> P;Q;
```

$$x^2 + x + 1$$

$$21$$

On constate que P a 'retrouvé la mémoire', mais pas Q.
Il y a moyen de calculer P pour x=2 sans affecter la variable x en utilisant une substitution

```
> subs(x=2,P);
```

$$7$$

```
> Q := subs(x=x^2,P);
```

$$Q := x^4 + x^2 + 1$$

Maple sait aussi résoudre des équations au sens mathématique du terme : le signe = est réservé aux équations

```
> solve(P=0);
```

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} I\sqrt{3}, -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} I\sqrt{3}$$

```
> evlf("); # en cas de faute de frappe ou de fonction inconnue
  ...Maple réécrit ce qu'il n'a pas su interpréter.
>
Warning, incomplete string;  use " to end the string
```

```
> evalf("); #c'est bien tentant, mais ça ne marche pas!
>
Warning, incomplete string;  use " to end the string
```

```
> # la "dernière" valeur est l'erreur !
> evalf("""); # il faut remonter de 3 crans !
>
Warning, incomplete string;  use " to end the string
```

On peut même définir des équations...distinguez bien l'affectation de l'égalité !

```
> eq1 := P=2; eq2 := P=Q; solve(eq2);
```

$$eq1 := x^2 + x + 1 = 2$$

$$eq2 := x^2 + x + 1 = x^4 + x^2 + 1$$

$$0, 1, -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} I\sqrt{3}, -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} I\sqrt{3}$$

On peut isoler le terme de gauche ou le terme de droite d'une équation (ou d'une relation) avec la commande lhs (resp. rhs)

```
> lhs(eq2);rhs(eq1);
```

$$x^2 + x + 1$$

$$2$$

Maple sait définir des fonctions, à une ou plusieurs variables, au sens mathématique du terme : Maple distingue parfaitement f et f(x).

```
> f := x -> x^3+x^2-1; # définit une fonction
```

$$f := x \to x^3 + x^2 - 1$$

```
> f(sqrt(2));
```

$$2\sqrt{2} + 1$$

```
> solve(f=0); # produit une réponse erronée
```

$$0$$

```
> solve(f(x)=0); # correct mais ...
```

$$\frac{1}{6}(100+12\sqrt{69})^{(1/3)} + \frac{\frac{2}{3}}{(100+12\sqrt{69})^{(1/3)}} - \frac{1}{3}, -\frac{1}{12}(100+12\sqrt{69})^{(1/3)}$$
$$-\frac{1}{3}\frac{1}{(100+12\sqrt{69})^{(1/3)}} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} I\sqrt{3}\left(\frac{1}{6}(100+12\sqrt{69})^{(1/3)} - \frac{2}{3}\frac{1}{(100+12\sqrt{69})^{(1/3)}}\right),$$
$$-\frac{1}{12}(100+12\sqrt{69})^{(1/3)} - \frac{1}{3}\frac{1}{(100+12\sqrt{69})^{(1/3)}} - \frac{1}{3}$$
$$-\frac{1}{2} I\sqrt{3}\left(\frac{1}{6}(100+12\sqrt{69})^{(1/3)} - \frac{2}{3}\frac{1}{(100+12\sqrt{69})^{(1/3)}}\right)$$

```
> #Maple calcule toujours exactement quand il peut.
> evalf(");
>
Warning, incomplete string;  use " to end the string
```

Si on veut un calcul numérique des solutions on utilise fsolve (f rappelle qu'on calcule en virgule flottante, type float en C
par exemple).

```
> fsolve(f(x)=0);
```

$$.7548776662$$

C'est une bonne occasion de consulter l'aide en ligne : cliquez sur le texte fsolve puis sur l'icône Help (ou faites directement CTRL F1)

```
> Q := P^2;
```

$$Q := (x^2 + x + 1)^2$$

```
> expand(Q); # developpe l'expression consideree.
```

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$$

Il est tout à fait possible de transformer une expression en fonction :

```
> Q1 := unapply(",x);
>
Warning, incomplete string;  use " to end the string
```

Bien que Maple affiche l'expression de Q normalement, il est obligatoire d'écrire explicitement le symbole de multiplication *
dans les expressions comme 2*x+1.

```
> R := Q - x^2+2x+1; # ou encore Q1(x)-...
Error, missing operator or ';'
```

Remarquez que le curseur est positionné là où Maple rencontre la première erreur.

```
> R := Q -x^2+2*x -1;
```

$$R := (x^2 + x + 1)^2 - x^2 + 2x - 1$$

Maple sait factoriser les polynômes, sur R, sur C, et même dans les corps finis..

```
> factor(R);
```

$$x\,(x+2)\,(x^2+2)$$

Maple sait dériver (et integrer) des expressions et des fonctions : la dérivée d'une expression est une expression, celle d'une fonction est une fonction.

```
> R1 := diff(R,x);
```

$$R1 := 2\,(x^2+x+1)\,(2\,x+1)-2\,x+2$$

```
> Rprime := unapply(R1,x); # pour definir la fonction derivée.
```

$$Rprime := x \rightarrow 2\,(x^2+x+1)\,(2\,x+1)-2\,x+2$$

```
> Rprime(2);
```

$$68$$

Les fonctions usuelles sont connues de Maple, et généralement définies analytiquement dans le plan complexe ! (voir Annexe).

```
> ln(-2);
```

$$\ln(2)+I\,\pi$$

```
> evalf(");
>
Warning, incomplete string;  use " to end the string
```

```
> (3+4*I)^(1/2);
```

$$\sqrt{3+4\,I}$$

Ailleurs qu'en Maple cette notation vous vaudra un zéro pointé !!!

```
> eval(");
>
Warning, incomplete string;  use " to end the string
```

```
> evalc("); # pour avoir la forme cartésienne
>
Warning, incomplete string;  use " to end the string
```

```
> (z^(1/2))^2;
```

$$z$$

```
> Z := (z^2)^(1/2);
```

$$Z := \sqrt{z^2}$$

```
> simplify(Z);
```

$$\mathrm{csgn}(z)\,z$$

Cliquez sur `csgn` puis sur Help pour découvrir que csgn représente plus ou moins le signe de z. On peut demander une simplification symbolique

```
> simplify(Z,symbolic);
```

$$z$$

L'instruction combine permet aussi certains réarrangements (simplifications ?) : on peut forcer le type obtenu à l'arrivée.

```
> combine(4*sin(x)^3,trig);
```

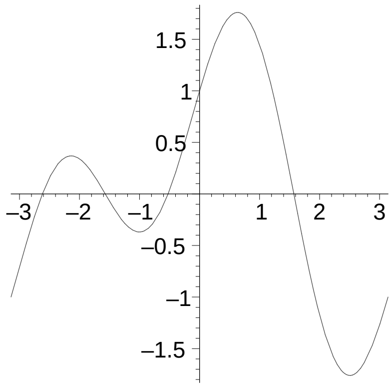
$$-\sin(3\,x)+3\,\sin(x)$$

```
> combine(exp(x)^2*exp(y),exp);
```

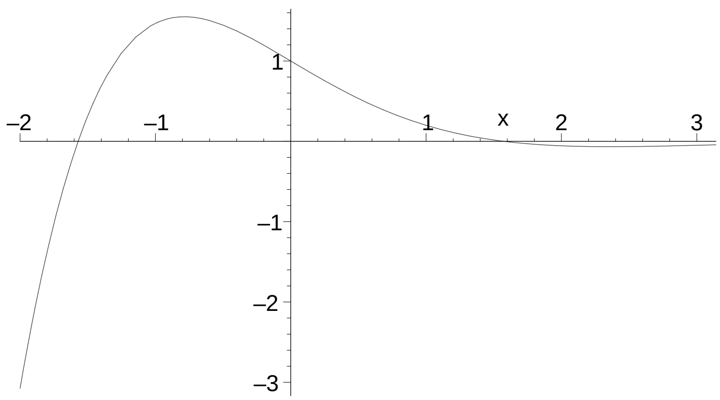
$$\mathbf{e}^{(2\,x+y)}$$

On peut faire de nombreux graphiques avec Maple : souvent d'une assez grande laideur, quelquefois imprécis...mais bien utiles. L'instruction la plus simple `plot` représente une expression ou une fonction.

```
> f1 := x -> cos(x)+sin(2*x): f2 := exp(-x)*cos(x):
> plot(f1,-Pi..Pi);
```

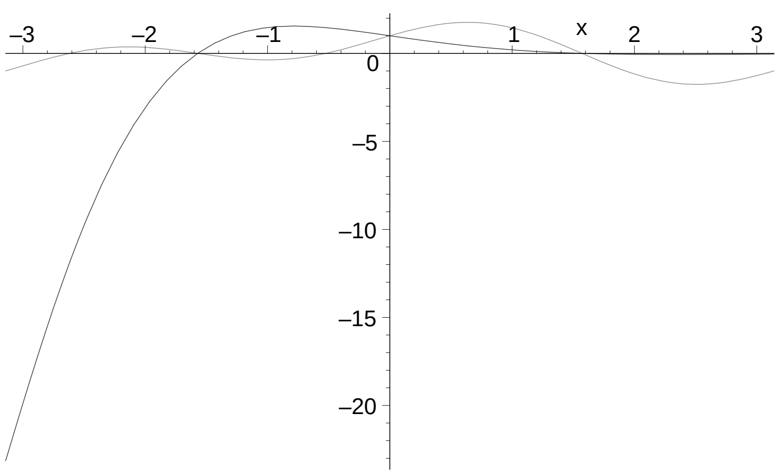



```
> plot(f2,x=-2..Pi);
```



La notation a..b désigne pour Maple l'intervalle [a,b] : dans le cas d'une fonction d'une variable on indique simplement l'intervalle de tracé, dans le cas d'une expression il faut aussi indiquer la variable sous la forme x=a..b. Pour f1 on aurait pu écrire plot(f1(x),x=-Pi..Pi).
Il est possible, de plusieurs façons d'ailleurs, de représenter plusieurs fonctions (ou expressions) sur le même graphique : on utlise l'ensemble des deux expressions {f1,f2}.

```
> plot({f1(x),f2},x=-Pi..Pi);
```



Exercice

En utilisant les instructions `combine, subs, expand` vérifier les formules
cos^2=1/(1+tan^2)   cos^2 - sin^2 = cos(2a)   sin(a)cos(b)=(sin(a+b)+sin(a-b))/2
cos(a)=(1-tan^2(a/2))/(1+tan^2(a/2))

Cet exercice facile est destiné à vous convaincre que Maple ne retourne pas toujours la réponse souhaitée et qu'il peut etre compliqué de la faire changer d'avis !