

Travaux Dirigés n° 7

Exercice 1

Le plan affine euclidien est rapporté au repère affine (A, B, C) ; soit M le point de coordonnées barycentriques (α, β, γ) .

- 1) Démontrer que $\alpha = 0$ signifie que M appartient à la droite (BC) .
- 2) a) Démontrer que $\beta + \gamma = 0$ signifie que (AM) est parallèle à (BC) .
b) En déduire une autre solution à la question 2) de l'exercice 2 feuille 6.
- 3) Si N a pour de coordonnées barycentriques $(\alpha', \beta', \gamma')$, montrer que le milieu de (M, N) a pour coordonnées barycentriques $(\frac{\alpha + \alpha'}{2}, \frac{\beta + \beta'}{2}, \frac{\gamma + \gamma'}{2})$.

Exercice 2

Soit ABC un triangle non aplati ; on note $a = BC$, $b = CA$ et $c = AB$ les longueurs des côtés. La bissectrice intérieure $\mathcal{D}$ issue de A coupe (BC) en un point I_A ; on note $\mathcal{D}'$ la parallèle à $\mathcal{D}$ issue de B qui coupe (AC) en P .

- 1) Que peut-on dire du triangle PAB ?
- 2) Montrer que I_A est barycentre de (B, b) et (C, c) . On pourra utiliser le théorème de Thalès ou une homothétie de centre C .
- 3) a) En déduire que les trois bissectrices intérieures de (ABC) sont concourantes en un point I .
b) Montrer que I est barycentre de (A, a) , (B, b) et (C, c) .
c) Montrer que I est le centre d'un cercle tangent aux trois côtés du triangle, dit *cercle inscrit* au triangle.
- 4) Déterminer le centre de gravité d'un triangle « en fil de fer ».