

Travaux Dirigés n° 5

Exercice 1

1) Soient $\vec{u}, \vec{v}, \vec{x}, \vec{y}$ quatre vecteurs non nuls de $\mathbb{R}^2$. Montrer que

$$\text{angle}(\vec{u}, \vec{v}) = \text{angle}(\vec{x}, \vec{y}) \iff \text{angle}(\vec{u}, \vec{x}) = \text{angle}(\vec{v}, \vec{y}).$$

2) Soient D, D', Δ, Δ' quatre droites telles que D et Δ sont perpendiculaires, D' et Δ' sont perpendiculaires. Montrer que

$$\text{angle}(D, D') = \text{angle}(\Delta, \Delta').$$

Exercice 2

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soient $O'(1, 0)$, r la rotation de centre O et d'angle $\pi/2$ et r' la rotation de centre O' et d'angle $\pi/3$; on note $f = r' \circ r$ et $g = r \circ r'$.

1) Donner l'expression analytique de r et r' . 2) En déduire l'expression analytique de f et g et déterminer leurs éléments géométriques (centre, angle). 3) a) Caractériser *géométriquement* le point $A = f(0)$.

b) Caractériser *géométriquement* le point B tel que $f(B) = O'$.

c) En déduire une construction du centre de f connaissant A et B .

4) Adapter ce qui précède pour construire le centre de g .

Exercice 3

L'espace de dimension 3 est rapporté à un repère orthonormé d'origine O . On considère le cube $OACBDEGF$ avec $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(1, 1, 0)$, $D(0, 0, 1)$, $E(1, 0, 1)$, $F(0, 1, 1)$ et $G(1, 1, 1)$. On considère le plan P passant par le milieu de $[AF]$ et perpendiculaire à (AF) .

1) Donner une équation cartésienne de P .

2) Déterminer l'intersection de P avec les arêtes du cube.