

Travaux Dirigés n° 3

Exercice 1

Soit $\mathcal{D}$ la droite affine de $\mathbb{R}^2$ dont l'équation est $ux + vy + h = 0$. Déterminer les coordonnées de la projection orthogonale du point M de coordonnées (x_0, y_0) ; en déduire que la distance du point M à la droite $\mathcal{D}$ est égale à :

$$\frac{|ux_0 + vy_0 + h|}{\sqrt{u^2 + v^2}}.$$

Exercice 2

1) Dans le plan rapporté à un repère $\mathcal{R}$, écrire l'équation de la droite joignant les points $A = (0, a)$ et $B = (b, 0)$.

2) On considère les points $A = (0, a)$, $B = (b, 0)$ et $C = (c, 0)$.

a) Déterminer les coordonnées des milieux A' , B' et C' milieux respectifs de $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$. Ecrire les équations des droites (AA') , (BB') et (CC') ; démontrer qu'elles sont concourantes et déterminer les coordonnées de leur point commun.

b) Même question pour les hauteurs du triangle ABC .

Exercice 3

1) Dans le plan rapporté à un repère $\mathcal{R}$, on considère les points $M = (x, y)$, $M' = (x', y')$ et $M'' = (x'', y'')$. Démontrer que ces points sont alignés si et seulement si

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x' & y' & 1 \\ x'' & y'' & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

2) Soient $\mathcal{D}$, $\mathcal{D}'$, $\mathcal{D}''$ les droites d'équations respectives $ux + vy + h = 0$, $u'x + v'y + h' = 0$ et $u''x + v''y + h'' = 0$. Démontrer que les droites $\mathcal{D}$, $\mathcal{D}'$, $\mathcal{D}''$ sont parallèles ou concourantes si et seulement si

$$\begin{vmatrix} u & v & h \\ u' & v' & h' \\ u'' & v'' & h'' \end{vmatrix} = 0.$$