

## Algèbre: Contrôle continu du 26/09/13

Durée 15 minutes

Aucun document ni machine autorisé

**Exercice 1:** Question de cours :

1. Définition d'un groupe  $G$ .
2. Définition d'un morphisme  $f : G \rightarrow G'$  du groupe  $G$  dans le groupe  $G'$ .
3. Définition d'un groupe monogène. Comment classifie-t-on ces groupes ?

**Exercice 2:** Pour chacun des ensembles  $E$  suivants, dire si il s'agit d'un groupe pour la loi indiquée (lorsque c'est le cas, on précisera son élément neutre et on indiquera si le groupe est abélien).

1.  $E = ]0, +\infty[$  muni de la multiplication des réels.
2.  $E = ]0, +\infty[$  muni de l'addition des réels.
3.  $E = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ bijective et paire}\}$  muni de la composition des applications.

**Exercice 3:** Soit  $G$  un groupe et  $H \leq G$ . Pour tout  $g \in G$ , on rappelle que  $Hg = \{hg \mid h \in H\}$ .

1. Que peut-on dire de  $Hg$  lorsque  $g \in H$  ?
2. Si  $g \notin H$ , l'ensemble  $Hg$  contient-il l'élément neutre  $e_G$  ? Peut-il être un groupe ?
3. En déduire que  $Hg = H$  si et seulement si  $g \in H$ .