

CV d'Emmanuel Humbert

1 Synthèse de la carrière

- *Sept. 2011* : Professeur au Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique (LMPT), Université F. Rabelais de Tours ;
- *2010* : Prix 2010 de l'Université H. Poincaré décerné par l'Académie de Stanislas ;
- *Déc. 2005* : Habilitation à diriger des recherches, soutenue à l'Université H. Poincaré de Nancy 1, *Autour du problème de Yamabe* ;
- *Sept. 2001* : Maître de Conférences à l'Institut Élie Cartan (IECN), Université H. Poincaré de Nancy 1 ;
- *Déc. 2000* : Thèse de l'Université de Paris 6, sous la direction de Michel Vaugon, *Inégalités optimales de types Nash et Sobolev en géométrie riemannienne*, Mention : Très honorable avec félicitations du Jury ;
- *Sept. 1998* : Doctorant à l'Institut de Mathématiques de Jussieu, Université de Paris 6 ; Moniteur à l'université de Marne-la-Vallée ;
- *Juil. 1997* : Agrégation de Mathématiques.

2 Activité scientifique

2.1 Thématiques de recherche

Je présente ici mes thématiques de recherche par ordre chronologique depuis le début de ma carrière.

- *Inégalités géométriques*. Il s'agit d'un thème abordé lors de ma thèse et sur lequel j'ai travaillé jusqu'en 2002 environ. Il s'agit principalement de regarder des inégalités de type Sobolev sur des variétés riemanniennes. Plusieurs questions se posent sur ces inégalités : existe-t-il une inégalité optimale (ce n'est pas évident car elles font intervenir deux constantes) ? Si oui, est-elle explicite ? Dépend-elle de la géométrie de la variété ? Existe-t-il des fonctions extrémales ? Les techniques et outils mathématiques utilisés pour répondre à ces questions sont nombreux :

techniques de symétrisation, techniques variationnelles, EDP elliptiques, étude de phénomènes de concentration et conjointement, exploitation de la géométrie locale ou globale de la variété. Pendant ma thèse, j’ai écrit six articles sur différentes inégalités : Nash, Nash à trace, Sobolev à trace. Il faut savoir que si le schéma global d’étude de ces inégalités est le même pour chacune de ces inégalités, les problèmes qui se posent sont de nature complètement différente.

- *Analyse et géométrie conforme autour du problème de Yamabe.* Le problème de Yamabe est un problème célèbre qui consiste à trouver dans une classe conforme fixée sur une variété riemannienne compacte, une métrique à courbure scalaire constante. Ce problème a mis une vingtaine d’années à être résolu et fait intervenir des outils d’analyse, de géométrie conforme et même le problème de la masse positive qui provient de la relativité générale. Je me suis intéressé à de nombreux problèmes dérivés du problème de Yamabe. En voici quelques exemples.

- Je me suis intéressé à une version spinorielle de ce problème, plus forte en ce sens que sa résolution implique celle du problème de Yamabe. Avec Bernd Ammann, nous avons donné de nombreux résultats positifs dans cette direction.
- La conjecture de la masse positive, toujours ouverte en toute généralité, dit, en relativité générale, que sous des conditions physiques raisonnables (condition d’énergie dominante), un système isolé a toujours une énergie positive ou nulle. Elle est à la base de la résolution complète du problème de Yamabe : elle intervient en fait dans un cas particulier pour lequel la conjecture est résolue. En utilisant l’outil spinoriel, avec Bernd Ammann, nous avons donné une preuve extrêmement simple de ce fait déjà connu. En s’inspirant de cette preuve, nous avons donné avec Simon Raulot un résultat analogue qui permet d’aborder un problème similaire à celui de Yamabe, mais concernant la Q -courbure.
- Nous avons introduit avec Bernd Ammann un invariant conforme que nous avons appelé “Second invariant de Yamabe”. Nous montrons qu’il possède de nombreuses propriétés. Par ailleurs, son étude permet d’obtenir par une méthode complètement nouvelle des solutions qui changent de signe de l’équation de Yamabe, et ce, dans de nombreuses situations où les méthodes existantes ne permettaient pas de conclure. Notre méthode a été adaptée avec succès par d’autres mathématiciens à des cadres différents.

- *Chirurgie.* Je me suis beaucoup intéressé à l’étude des propriétés qui sont conservées par chirurgie. Cet intérêt a été suscité par les travaux de Schoen-Yau et de Gromov-Lawson qui ont montré que toute variété compacte non spin simplement connexe de dimension $n \geq 5$ porte une métrique à courbure scalaire positive. C’est un résultat frappant parce que c’est sans doute le premier résultat positif en dimension $n \geq 5$ de la classification des variétés qui portent de telles métriques. Cette classification, bien qu’activement étudiée, est toujours ouverte à l’heure actuelle. J’ai écrit une dizaine d’articles sur le sujet. Voici les plus marquants à mon sens :

- En 2007, avec Bernd Ammann et Mattias Dahl, nous montrons que sur une variété spinorielle compacte, une métrique générique est D -minimale.
- Avec Bernd Ammann et Mattias Dahl, nous donnons une formule de chirurgie pour l’invariant de Yamabe.
- Comme expliqué dans le paragraphe précédent, le problème de la masse positive est toujours ouvert en toute généralité. En 2014, avec Andreas Hermann, nous avons montré, grâce à des techniques de chirurgie, que ce problème pouvait être ramené à son étude sur une variété fixée. Nous avons récemment trouvé de nouveaux développements dans cette direction et c’est un thème sur lequel je travaille actuellement.

- *Physique mathématique.* Mes travaux antérieurs, notamment ceux concernant la masse positive, avaient des liens avec la relativité générale. Comme j'avais, dans un but culturel, un intérêt pour cette théorie, j'ai commencé à essayer de la comprendre. Dans un premier temps, pour fixer les choses, et en partant de zéro, j'ai essayé d'écrire dans un langage qui m'était familier toutes les bases de la relativité générale. Cela m'a permis de comprendre les intuitions physiques qui ont abouti à son élaboration. Ce travail a donné lieu à la publication d'un livre chez Ellipses en septembre 2014, écrit en collaboration avec M. Vaugon. J'ai écrit dans le même esprit un texte sur la mécanique quantique que j'ai posté sur ArXiv mais que je n'ai pas cherché à publier chez un éditeur.

Parallèlement, j'ai travaillé sur les équations de contrainte en relativité générale qui consistent à construire des conditions initiales pour le problème de Cauchy en relativité générale. Avec Mattias Dahl et Romain Gicquaud, nous avons donné une méthode nouvelle de résolution. Nous montrons dans un autre article qu'une résolution en toute généralité n'est sans doute pas possible en exhibant des contre-exemples pour des équations très similaires.

- *observabilité d'équations d'évolution.* Depuis quatre ans, nous travaillons en collaboration avec Emmanuel Trélat et Yannick Privat sur l'observabilité de l'équation des ondes. Nous développons une méthode de séparation des hautes et basses fréquences qui nous permet d'obtenir de nombreuses applications :

1. calcul explicite de l'asymptotique en temps long de la constante d'observabilité ;
2. Bardos, Lebeau et Rauch ont montré que sous une condition géométrique appelée GCC, l'observabilité avait lieu pour l'équation des ondes. Nous retrouvons ce fait comme corollaire de nos résultats et par une méthode plus simple que la méthode originale.
3. nous démontrons plusieurs résultats, certains connus par d'autres méthodes, d'autres non, sur l'ensemble des mesures quantiques.

La méthode principale a fait l'objet d'une prépublication soumise. Un autre article sur le sujet est en préparation. En particulier, nous expliquons en quoi nos techniques sont très générales et s'appliquent par exemple aussi à l'équation de Schrodinger pour laquelle nous prouvons de nouveaux résultats d'observabilité. Cette méthode ouvre la porte à de nombreux projets futurs.

2.2 Encadrement et animation recherche

Organisation de colloques ou journées :

- Co-organisateur du Workshop *Modified Gravity*, Tours, Octobre 2016.
- Organisateur du Séminaire Geometric CORP, Seillac, Septembre 2015.
- Co-organisateur de la conférence *Géométrie spinorielle et analyse sur les variétés*, CIRM, octobre 2014.
- Organisateur de la conférence *Aspects géométriques de la relativité générale*, Juin 2010.
- Organisateur des Journées Nancéiennes de Géométrie (Janvier 2003, Janvier 2006, Janvier 2011).

Direction de thèses et Post-doc :

- Co-direction (avec O. Hijazi) de la thèse de Simon Raulot, *Aspect conforme de l'opérateur de Dirac sur une variété à bord*, juin 2006, Nancy. Simon Raulot est actuellement maître de conférences à l'université de Rouen.

- Direction de la thèse de Safaa El Sayed, *Chirurgie et second invariant de Yamabe*, juin 2013, Nancy. S. El Sayed a préféré à la fin de sa thèse se tourner vers les statistiques et les mathématiques financières. Armée de son doctorat, elle a été embauchée comme enseignante en école d'ingénieur à Cergy-Pontoise.

- Co-direction (avec R. Gicquaud) de la thèse de The-Cang Nguyen, *Construction de solutions pour les équations de contraintes en relativité générale et remarques sur le théorème de la masse positive*. La thèse a été soutenue le 11/12/2015. Cang vient d'obtenir un post-doc à la FSMP (Paris).

- Co-direction (avec L. Villain, Physicien théoricien) de la thèse de Xavier Lachaume. Thème : le problème de Cauchy dans les théories dissidentes de la relativité générale. Soutenance prévue en 2017 ;

- Co-direction (avec L. Saïd Ilias) de la thèse de Salam Kouzayha. Thème : géométrie spectrale. Salam Kouzayha était l'étudiant de Ahmad ElSoufi, décédé brusquement en décembre 2016. Soutenance prévue en 2018 ;

- Encadrement de Andreas Hermann en tant que Post-doc (2013/2014) ;

- Encadrement de Ahn Ngo Quoc en tant que Post-doc (2013/2014).

Encadrement de mémoires de DEA/Master 2 :

Caroline Deneux (2006/2007), Clément Ponsard (2006/2007), Jean-Yves Moller (co-encadrement avec O. Hijazi, 2006/2007), Claudia Meinel (co-encadrement avec O. Hijazi, 2007/2008), Peter Grabs (co-encadrement avec O. Hijazi, 2007/2008), Xavier Lachaume (2012/2013).

Réseaux de recherche • Dépot d'un projet régional (APR IA 2017) en tant que porteur de projet. Thème : géométrie spectrale.

- Dépot d'un projet ANR en collaboration avec des physiciens pour 2018 en tant que porteur de projet.

- Membre du projet Inphiniti, retenu par le CNRS dans le cadre d'un appel d'offre portant sur la physique théorique et ses interfaces ;

- Membre du projet ANR-10-BLAN 0105, ACG (Aspects Conformés de la Géométrie), 2010-2014 ;

- Membre du projet ANR-12-BS01-012-01, AARC (Analyse Asymptotique en Relativité Générale), 2012-2016.

2.3 Valorisation de la recherche

2.4 Rayonnement

Conférences récentes (en tant qu'orateur) :

- **2012/2013** : Conférence *Geometry and Physics*, IHP ;
- **2013/2014** : Rencontre Niçoise d'analyse géométrique, Nice ; Conférence "Geometric analysis", Roscoff ;
- **2014/2015** : 94th Encounter between Mathematicians and Theoretical Physicists, Strasbourg.
- **2015/2016** : Colloque Cathy Dufour, Nancy.

Jurys de thèse :

- Membre du jury pour la thèse de Marie Dellinger, soutenue en 2007 sous la direction de Michel Vaugon (Paris 6) ;
- Rapporteur pour la thèse de Farid Madani, soutenue en 2009 sous la direction de Thierry Aubin (Paris 6) ;
- Membre du jury de thèse de Vincent Bérard, soutenue en 2010 sous la direction d'Olivier Biquard (Strasbourg) ;
- Membre du jury de thèse de Guillaume Vassal, soutenue en 2010 sous la direction d'Andrei Moroianu et Paul Gauduchon (École Polytechnique) ;
- Membre du jury de thèse de Roger Nakad, soutenue en 2011 sous la direction d'Oussama Hijazi (Nancy) ;
- Rapporteur pour la thèse d'Ilaria Mondello, soutenue en septembre 2015 sous la direction de Gilles Carron (Nantes).

3 Activités d'enseignement et investissement local

- en 1ère année de licence (ou DEUG) de mathématiques : cours-TD d'Analyse, algèbre et Méthodologie (1998/2006) ;
- en 1ère année de licence de Sciences de la Matière : cours magistral et TD de mathématiques (2011-2015) ;
- en 2ème année de licence (ou DEUG) de mathématiques : cours magistral d'algèbre (2006-2009) ; TD d'algèbre (2015-2017) ;
- en 2ème année de licence de Sciences de la Matière : cours magistral et TD de mathématiques (2011-2017) ;
- en 3ème année de licence de mathématiques : cours magistral de calcul différentiel (2006-2009), de géométrie (2009-2011), d'algèbre (2011/2013) ;
- en Master 1 : TD d'arithmétique (2011/2015 et 2016/2017) ; encadrements de mémoire ;
- en agrégation : préparation à l'oral et à l'écrit (2011/2016) ;
- en DEA ou Master 2 : Introduction à l'analyse sur les variétés (2002/2003), géométrie riemannienne et spinorielle (2006/2007), géométrie différentielle et relativité générale (2013/2014), géométrie différentielle (2014/2017), encadrements de mémoire ;
- Post-DEA/Master 2 : Théorème de la masse positive (2003/2004), preuve de la conjecture de Calabi (2005/2006) ;

- Autre : UE libre *Récréations mathématiques* (2014/2017).

3.1 Direction et animation de formations

Depuis 2013, je suis responsable du Master de Mathématiques et Applications d'Orléans-Tours. C'est une responsabilité très intéressante : nous avons en effet complètement réorganisé ce Master à la demande des Présidences d'Orléans-Tours, afin d'éviter sa fermeture en raison de la diminution du nombre d'étudiants. Nous avons donc bâti une nouvelle maquette dans un Master qui a la particularité en M2 d'avoir lieu une année sur deux à Tours et l'année suivante à Orléans. Il fallu repenser tous les enseignements afin de les harmoniser avec les enseignements des années précédentes dans les deux universités. Voir aussi à ce sujet, le paragraphe *investissement local* ci-dessus.

3.2 Responsabilités collectives

- Membre du bureau de l'école doctorale MIPTIS ;
- Co-responsable du Master "Mathématiques et Applications" d'Orléans-Tours depuis 2013 ; Co-rédaction de la maquette actuelle ;
- Président de la CSDP 25/26 de Tours depuis 2013 ;
- Membre du conseil de laboratoire LMPT ;
- Membre du conseil de département de mathématiques de l'université de Tours ;
- Responsable du séminaire commun 25/26, Tours (2012/2014) ;
- Membre du bureau (assesseur) de la commission de spécialistes 25/26^{èmes} sections de Nancy jusqu'en 2008 ;
- Membre de la commission de bibliothèque de l'Institut Élie Cartan de Nancy ;
- Responsable pour les mathématiques de l'insertion des étudiants handicapés à l'université H. Poincaré de Nancy 1. Dans ce cadre, j'ai suivi plusieurs formations sur le handicap à l'Université.

4 publications et prépublications

- (en collaboration avec Y. Privat et E. Trélat) *Observability properties of the homogeneous wave equation on a closed manifold*. Preprint Hal (2016), 38 Pages.
- (en collaboration avec A. Hermann) *About the mass of certain second order elliptic operators*. Advances in Math. Volume 294 (2016), Pages 596-633.
- (en collaboration avec L. Molinet) *Optimal transportation between hypersurfaces bounding some strictly convex domains*, **Preprint arXiv**, arXiv :1507.02489.
- (en collaboration avec B. Ammann et M. Dahl) *Low-dimensional surgery and the Yamabe invariant*, **J. Math. Soc. Japan**, Vol. 67, No 1 (2015), p. 1-24.

- (en collaboration avec M. Vaugon) *La relativité générale expliquée aux mathématiciens*, Livre paru chez Ellipses, ISBN 978-2-3400-0005-6, (Sept. 2014).
- (en collaboration avec B. Ammann, M. Dahl et A. Hermann) *Mass endomorphism, surgery and perturbations*, **Ann. Institut Fourier**, 64 no. 2 (2014), p. 467-487.
- (en collaboration avec M. Dahl et R. Gicquaud) *A non-existence result for a generalization of the equations of the conformal method in general relativity*, **Class. Quantum Grav.**, Vol 30 (2013).
- (en collaboration avec B. Ammann et M. Dahl) *Square-integrability of solutions of the Yamabe equation*, **Commun. Anal. Geom.**, Vol. 21 (2013), p. 891-916.
- (en collaboration avec B. Ammann et M. Dahl) *The conformal Yamabe constant of product manifolds*, **Proc. AMS** (2013) 141, p. 295-307.
- (en collaboration avec M. Dahl et R. Gicquaud) *A limit equation associated to the solvability of the vacuum Einstein equations using the conformal method*, **Duke Mathematical Journal**, J. Volume 161, Number 14 (2012), p. 2669-2697.
- *Mécanique quantique*, **Preprint arXiv**, arXiv :1201.3214.
- (en collaboration avec M. Dahl) *An isoperimetric constant associated to horizons in S^3 blown-up at two points*, **J. Geom. Phys.**, Vol 61 (2011), p. 1809-1822
- (en collaboration avec B. Ammann et M. Dahl) *Harmonic spinors and local deformations of the metric*, **Math. Res. Lett.**, Vol 18 (2011), p. 927-936.
- (en collaboration avec S. Raulot) *Positive mass theorem for the Paneitz-Branson operator*, **Calc. of Var. and PDEs**, Vol. 36, No 4 (2009), p. 525-531.
- *Yamabe invariant and c -concordant metrics*, **Manuscripta Math.**, Vol. 130, No 2, p. 137-158.
- (en collaboration avec B. Ammann et M. Dahl) *Smooth Yamabe invariant and surgery*, **J. Diff. Geom.**, Vol 94, 1-58 (2013).
- (en collaboration avec B. Ammann et M. Dahl) *Surgery and the spinorial τ -invariant*, **Comm. Partial Differential Equations**, 34 (2009), No 10-12, p. 1147-1179.
- (en collaboration avec B. Ammann et M. Dahl) *Surgery and Harmonic Spinors*, **Advances in Math.**, 220 (2009), No 2, p. 523-539.
- (en collaboration avec B. Ammann) *The spinorial τ -invariant and 0-dimensional surgery*, **J. Reine Angew.**, 624 (2008), p. 27-50.
- (en collaboration avec B. Ammann) *The first eigenvalue of the Dirac operator in a conformal class*, **Intern. Journal of geom. methods in modern physics**, 3 (2006), N° 5-6, p. 833-844.
- *Autour du problème de Yamabe*, Habilitation à diriger des recherches, Université H. Poincaré de Nancy 1, 2 décembre 2005.
- (en collaboration avec B. Ammann et M. Ould Ahmedou) *An obstruction for the mean curvature of a conformal immersion*, **Proc. Amer. Math. Soc.**, 137 (2007), N° 2, p. 489-493.
- (en collaboration avec B. Ammann) *The second Yamabe invariant*, **J. Funct. Anal.**, 235 (2006), N° 2, p. 377-412.
- (en collaboration avec B. Ammann) *The first conformal Dirac eigenvalue on 2-dimensional tori*, **Journal of Geom. and phys.**, 56 (2006), N° 4, p.623-642.
- (en collaboration avec B. Ammann et B. Morel) *Un problème de type Yamabe sur les variétés*

spinorielles compactes, **C.R.Acad. Sci. Sér. I Math.**, 338 (2004), N° 12, p. 929-934.

- (en collaboration avec B. Ammann et B. Morel) *Mass endomorphism and spinorial Yamabe type problems on conformally flat manifolds*, **Comm. Anal. Geom.**, 14 (2006), N° 1, p. 163-182.
- (en collaboration avec B. Ammann, B. Morel et J. F. Grosjean) *A spinorial analogue of Aubin's inequality*, **Math. Zeit.**, 260 (2008), N° 1, p. 127-151.
- (en collaboration avec B. Ammann) *Positive mass theorem for the Yamabe problem on spin manifolds*, **GAF A**, 15 (2005), N° 3, p. 567-576.
- (en collaboration avec P. Hébrard) *The geometrical quantity in amortized wave equation on a square*, **ESAIM Control Optim. and Cal. Var.**, 12 (2006), N° 4, p. 636-661.
- (en collaboration avec M. Vaugon) *The problem of prescribed critical functions*, **Ann. Global Anal. Geom.**, 28 (2005), N° 1, p. 19-34.
- (en collaboration avec B. Nazaret) *The embedding $W^{n,1}$ into C_0 on compact Riemannian manifolds*, **Potential Anal.**, 19 (2003), N° 4, p. 301-316.
- (en collaboration avec D. Holcman) *A Poincare-Sobolev inequality on compact Riemannian manifolds with boundary*, **Math. Zeit.**, 237 (2001), N° 4, p. 669-695.
- *Best constant for trace Nash inequality*, **NoDeA**, 9 (2002), N° 2, p. 217-238.
- *Optimal trace Nash inequality*, **GAF A**, 11 (2001), N° 4, p. 759-772.
- *Inégalité de Nash à trace et symétrisation cylindrique*, **C. R. Acad. Sci. Sér. I Math.**, 330 (2000), N° 6, p. 485-488.
- *Extremal functions for the L^2 -Nash inequality*, **Calculus of Variations and PDEs**, 22 (2005), N° 1, p. 21-44.
- *Best constant in the L^2 -Nash inequality*, **Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A**, 131 (2001), N° 3, p. 621-646.
- *Inégalités optimales de types Nash et Sobolev en géométrie riemannienne*, Thèse de l'université de Paris VI, décembre 2000.

Annexe : directions de thèse et thèses en cours

- Co-direction (avec O. Hijazi) de la thèse de Simon Raulot, *Aspect conforme de l'opérateur de Dirac sur une variété à bord*, juin 2006, Nancy.

Simon Raulot est actuellement Maître de conférences à l'université de Rouen.

- Direction de la thèse de Safaa El Sayed, *Chirurgie et second invariant de Yamabe*, juin 2013, Nancy. S. El Sayed a préféré à la fin de sa thèse se tourner vers les statistiques et les mathématiques financières. Armée de son doctorat, elle a été embauchée comme enseignante en École d'ingénieur à Cergy-Pontoise.

- Co-direction (avec R. Gicquaud) de la thèse de The-Cang Nguyen. *Construction de solutions pour les équations de contraintes en relativité générale et remarques sur le théorème de la masse positive* La thèse a été soutenue le 11/12/2015. Cang vient d'obtenir un post-doc à la FSMP (Paris).

- Co-direction (avec L. Villain, Physicien théoricien) de la thèse de Xavier Lachaume. Thème :

le problème de Cauchy dans les théories dissidentes de la relativité générale. Soutenance prévue en 2018.

- Co-direction (avec L. Saïd Ilias) de la thèse de Salam Kouzayha. Thème : géométrie spectrale. Salam Kouzayha était l'étudiant de Ahmad ElSoufi, décédé brusquement en décembre 2016. Soutenance prévue en 2018 ;