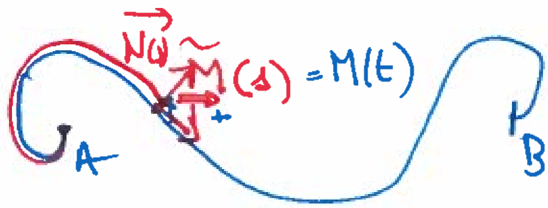
Petit retour sur "Frenet and Cie" Q3 Cours

$\sigma : I \to J \xrightarrow{g}$

$\tilde{M}(s) = M(\sigma(t))$ $\qquad s = \sigma(t)$



$s_A = 0$

$s_B = \ell_{\widehat{AB}}$ $\qquad J = [0, \widehat{AB}]$

$\to$ $f(t) = g(\sigma(t))$ $\qquad g \in C^2$

(*) $f'(t) = g'(\sigma(t)) \cdot \sigma'(t) = g'(\sigma(t))\, v(t)$

Mais par définition $\sigma'(t) = \| f'(t) \| > 0$ (arc birégulier)

Donc $\boxed{g'(s) = \dfrac{f'(t)}{\|f'(t)\|} = \vec{T}(s)}$ vecteur tangent unitaire

et $N(s)$ est le vecteur directement orthogonal à $T(s)$ ie.

$N(s) /$ $(T(s), N(s))$ b.o.n directe.

$\to$ $\|\vec{T}(s)\|^2 = 1$ $\qquad \varphi(s) = \|\vec{T}(s)\|^2 = 1$ φ est C^1, constant

Donc $\varphi'(s) = 0$ or $\varphi(s) = \langle \vec{T}(s), \vec{T}(s) \rangle$ et on sait

Re $\varphi'(s) = 2\langle \vec{T}'(s), T(s) \rangle$ donc $\vec{T}'(s) \perp \vec{T}(s)$ ie.

$\vec{T}'(s)$ colinéaire à $\vec{N}(s)$

$\to$ $\vec{T}'(s) = \gamma(s)\, \vec{N}(s) = \dfrac{\vec{N}(s)}{R(s)}$ $\qquad R(s)$ rayon de courb.

$\to$ $\vec{T}'(s) = g''(s)$

$\to$ Reprenons (*) pour dériver une seconde fois :

$f''(t) = g''(\sigma(t))(\sigma'(t))^2 + g'(\sigma(t))\, \sigma''(t)$

$= g''(s)\,(v(t))^2 + \underbrace{g'(s)\, v'(t)}_{\text{col. à } \vec{T}(s)}$

$\det(f''(t), f'(t)) = \det\left(\gamma(s)\vec{N}(s)(v(t))^2 + \lambda \vec{T}(s),\ v(t)\, \vec{T}(s)\right)$

$= \gamma(s)\,(v(t))^3 \det(\vec{N}, \vec{T}) = -\gamma(s)\,(v(t))^3$