

$$X(t) = \left(\frac{t+3}{t^2-9}, \frac{t(t-2)}{t-3} \right) = (x(t), y(t))$$

$$D_x = D_x \cap D_y =]-\infty, -3[\cup]-3, 3[\cup]3, +\infty[$$

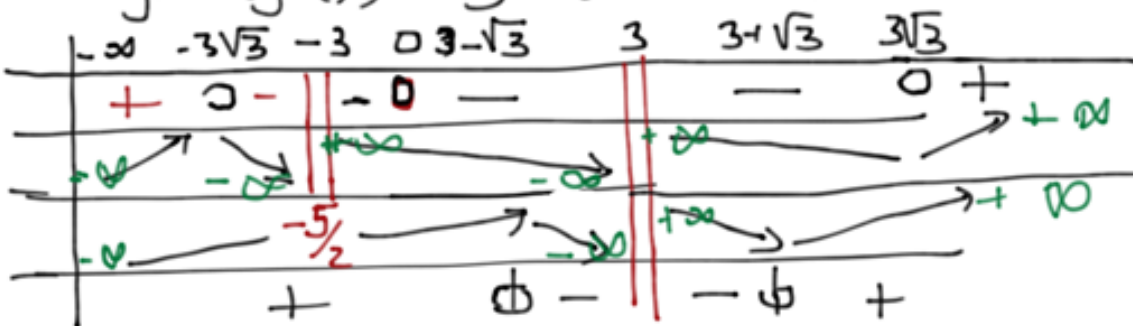
$$x'(t) = \frac{t^2(t^2-27)}{(t^2-9)^2} \quad y'(t) = \frac{t^2-6t+6}{(t-3)^2}$$

$$x'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 = 0 \text{ ou } t^2 = 27 \Leftrightarrow t = 0 \text{ ou } t = \pm 3\sqrt{3}$$

$$y'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3 - \sqrt{3} \text{ ou } t = 3 + \sqrt{3}$$

$$\text{signe}(x'(t)) = \text{signe}(t^2 - 27)$$

$$\text{signe}(y'(t)) = \text{signe}(t^2 - 6t + 6)$$



$$\text{En } t=3, \quad x(t) \sim \frac{27}{6(t-3)} = \frac{9}{2(t-3)} \quad y(t) \sim \frac{3}{t-3} \quad y \sim \frac{2}{3}x$$

on pose $y = \frac{2}{3}x(t)$ et on pose $t = 3 + u$

$$\frac{t}{(t-3)} \left[(t-2) - \frac{2t^2}{3(t+3)} \right] = \dots = \frac{(3+u)(9+u)}{3(6+u)} = \dots = \frac{3}{2} + \frac{5}{12}u + o(u)$$

Donc la droite $y = \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$ est asymptote et la courbe est au dessus en $t \rightarrow 3_+$ et en dessous en $t \rightarrow 3_-$

Pour $t \rightarrow +\infty$ $x(t) \sim t$ $y(t) \sim t$. Donc $y(t) \sim x(t)$ et $\frac{y(t)}{x(t)} \sim 1$

$$\text{En forme } y(t) - x(t) = t \left(1 - \frac{2}{t} \right) \left(\frac{1}{1 - 3/t} \right) - \frac{t}{1 - 3/t} = t \left[\left(1 - \frac{2}{t} \right) \left(1 + \frac{3}{t} + \frac{9}{t^2} + o\left(\frac{1}{t}\right) \right) - \left(1 + \frac{3}{t} + \frac{9}{t^2} + o\left(\frac{1}{t}\right) \right) \right]$$

$$y(t) - x(t) = 1 - \frac{6}{t} + o\left(\frac{1}{t}\right)$$

Donc la droite $y = x + 1$ est asymptote à la courbe et la courbe est en dessous en $t \rightarrow +\infty$, au dessus en $t \rightarrow -\infty$.

Tracé de la courbe deux fichiers