$X(t) = \left(\frac{t^3}{t^2-9}, \frac{t(t-2)}{t-3}\right) = (x(t), y(t))$

$D_X = D_x \cap D_y =]-\infty,-3[\cup]-3,3[\cup]3,+\infty[$

$x'(t) = \frac{t^2(t^2-27)}{(t^2-9)^2}$ $\quad y'(t) = \frac{t^2-6t+6}{(t-3)^2}$

$x'(t) = 0 \iff t^2 = 0$ ou $t^2 = 27 \iff t = 0$ ou $t = \pm 3\sqrt{3}$

$y'(t) = 0 \iff t = 3-\sqrt{3}$ ou $t = 3+\sqrt{3}$

signe$(x'(t))$ = signe(t^2-27)

signe$(y'(t))$ = signe(t^2-6t+6)

t	$-\infty$		$-3\sqrt{3}$		-3		0	$3-\sqrt{3}$		3		$3+\sqrt{3}$		$3\sqrt{3}$	
x'		$+$	0	$-$	||	$-$	0		$-$	||		$-$		0	$+$
x	$-\infty$	↗		↘ $-\infty$	||	$+\infty$ ↘			$-\infty$	||	$+\infty$	↘		↗	$+\infty$
y	$-\infty$	↗			$-\frac{5}{2}$	↗			↘ $-\infty$	||	$+\infty$	↘		↗	$+\infty$
y'			$+$					0	$-$	||	$-$	0		$+$	

En $t=3$, $x(t) \underset{t=3}{\sim} \frac{27}{6(t-3)} = \frac{9}{2(t-3)}$ $\quad y(t) \underset{t=3}{\sim} \frac{3}{t-3}$ $\quad y \underset{t=3}{\sim} \frac{2}{3}x$

on forme $y(t) - \frac{2}{3}x(t)$ et on pose $t = 3+u$

$\frac{t}{(t-3)}\left[(t-2) - \frac{2t^2}{3(t+3)}\right] = \dots = \frac{(3+u)(9+u)}{3(6+u)} = \dots = \frac{3}{2} + \frac{5}{12}u + o(u)$

Donc la droite $y = \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$ est asymptote et la courbe est au dessus en $t \to 3_+$ et en dessous en $t \to 3_-$

Pour $t \to +\infty$ $\quad x(t) \underset{\infty}{\sim} t \quad y(t) \underset{\infty}{\sim} t$. Donc $y(t) \underset{\infty}{\sim} x(t)$ et $\frac{y(t)}{x(t)} \sim 1$

On forme $y(t) - x(t) = t\left(1-\frac{2}{t}\right)\left(\frac{1}{1-3/t}\right) - \frac{t}{1-9/t^2} = t\left[\left(1-\frac{2}{t}\right)\left(1+\frac{3}{t}+\frac{9}{t^2}+o\left(\frac{1}{t^2}\right)\right)\right] - t\left(1+\frac{9}{t^2}+\left(\frac{9}{t^2}\right)^2+o\left(\frac{1}{t^4}\right)\right)$

$y(t) - x(t) = 1 - \frac{6}{t} + o\left(\frac{1}{t}\right)$

Donc la droite $y = x+1$ est asymptote à la courbe et

La courbe est en dessous en $+\infty$, au dessus en $t \to -\infty$.

Tracé de la courbe dans fichier