# Devoir de Probabilités du 11/02/2011, Master MIMATS, durée 1H

**Avertissement** : Epreuve sans document et sans aucun appareil électronique.

**Exercice 1** : 1) Rappeler la valeur de la fonction caractéristique d'une v.a. $X$ de loi normale centrée et réduite. En déduire la valeur de la fonction caractéristique d'une v.a. $Y$ de loi normale d'espérance $m$ et de variance $\sigma^2$.
2) On considère deux v.a. $X$ et $Y$ indépendantes de loi normales respectives $\mathcal{N}(m_1, \sigma_1^2)$ et $\mathcal{N}(m_1, \sigma_1^2)$. Trouver la fonction caractéristique de la v.a. $Z = 2X + 3Y$ et en déduire la loi de $Z$.

**Exercice 2** : 1) Soient $X$ et $Y$ deux variables aléatoires indépendantes de loi normales respectivement $\mathcal{N}(1, 2)$ et $\mathcal{N}(2, 3)$. On pose $X_1 = X + Y$ et $X_2 = X - Y$ et on considère le vecteur aléatoire de $\mathbb{R}^2$ : $X = (X_1, X_2)$. Calculer la matrice des covariances de $X$.
2) a)Démontrer que le vecteur $X$ est gaussien.
b) Calculer la fonction caractéristique de $X$ et donner l'expression de sa densité si elle existe.