

Devoir de Probabilités du 26-11-2010
Master AMA & MIMATS
Durée 1H

Les deux exercices sont indépendants.

Exercice 1 - Un sondage réalisé auprès de $n = 100$ personnes et portant sur la popularité d'un homme politique indique que 51% des personnes interrogées sont favorables à son action.

Déterminer un intervalle de confiance de niveau de confiance égal à 0.95 pour la proportion p de personnes favorables à cet homme politique. Même question si $n = 1000$. (attention : on ne se contentera pas d'appliquer une formule apprise par coeur mais on détaillera le raisonnement conduisant à l'intervalle de confiance).

$$\text{On donne : } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{1.96} e^{-t^2/2} dt = 0.975.$$

Exercice 2 -

- a) Déterminer la valeur de la constante $c > 0$ qui assure que la fonction $f : x \mapsto c \exp(-x)1_{\mathbb{R}^+}(x)$ est une densité de probabilité sur \mathbb{R}^+ .
b) Si X et Y sont des variables aléatoires indépendantes et de même loi de densité f , calculer la loi de la variable aléatoire $X + Y$.
- Soit X une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. Quelle est la loi de la variable $1 + [X]$? (si x est réel, $[x]$ désigne la partie entière de x , c'est-à-dire l'unique entier n tel que $n \leq x < n + 1$)
- À quelle condition sur le réel λ la fonction $f(x) := \lambda|x| \exp(-|x|)$ est-elle une densité de probabilité?