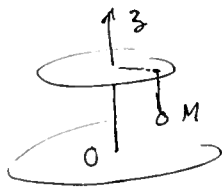


Exercice 2:



forces:

R_S galiléen



forces dans R_M non galiléen :



$$\vec{f}_e = M\omega^2 r \vec{u}_r$$

(force d'inertie d'entraînement en rotation uniforme: lorsqu'il y a équilibre c'est la seule force d'inertie)

équilibre: $\vec{T} + \vec{P} + M\omega^2 r \vec{u}_r = \vec{0}$

sur z : $\boxed{T - Mg \cos \theta_0 = 0} \quad \boxed{T \cos \theta_0 - Mg = 0}$

sur $\vec{u}_r$: $-T \sin \theta_0 + M\omega^2 r = 0$

soit $\boxed{-T \sin \theta_0 + M\omega^2 (R + L \sin \theta_0) = 0}$

donc en combinant: $M\omega^2 (R + L \sin \theta_0) - Mg \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0} = 0$

soit $\boxed{\tan \theta_0 = \frac{\omega^2}{g} (R + L \sin \theta_0)}$

Exercice 3:

1. $E_c = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 \quad \frac{dE_c}{dt} = m \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} \cdot m \vec{a} = \vec{v} \cdot \vec{F}$ avec le PFD

$$\boxed{\frac{dE_c}{dt} = \vec{v} \cdot \lambda \vec{v} \wedge \vec{e}_3 = 0}$$

2. $E_c = \frac{1}{2} m \|\vec{v}\|^2 = \text{constante}$ donc $\|\vec{v}\| = \text{constante} = v_0$

3. $\vec{v}^2 = \text{cte} \Rightarrow \frac{d}{dt} \vec{v}^2 = 0 = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{a}$ donc $\vec{v} \perp \vec{a}$

mais en fait c'était déjà montré dans le 1.

4. $F_z = \vec{F} \cdot \vec{e}_3 = \lambda (\vec{v} \wedge \vec{e}_3) \cdot \vec{e}_3 = 0$ donc $ma_z = 0$ par le PFD

donc $v_z = \text{cte} = v_z(t=0) = 0$ donc $v_z = 0$ donc $z = \text{cte} = z_0 = 0$

à chaque instant $z = 0$ donc le mouvement est dans le plan xOy

5. $m\vec{a} = \vec{F} = \lambda \vec{v} \wedge \vec{e}_3 \Rightarrow \begin{pmatrix} ma_x \\ ma_y \\ 0 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_y \\ -v_x \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{cases} ma_x = m \frac{dv_x}{dt} = \lambda v_y \\ ma_y = m \frac{dv_y}{dt} = -\lambda v_x \end{cases}$$

6. $\frac{d}{dt} \|\vec{a}\|^2 = \frac{d}{dt} (a_x^2 + a_y^2) = \frac{d}{dt} \left(\left(\frac{\lambda}{m} v_y \right)^2 + \left(-\frac{\lambda}{m} v_x \right)^2 \right) = \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{\lambda}{m} \right)^2 \vec{v}^2 \right] = \frac{d}{dt} \left(\frac{\lambda^2 v_0^2}{m^2} \right) = 0$

donc $\|\vec{a}\|^2$ est constant, ainsi que $\boxed{\|\vec{a}\| = \frac{\lambda v_0}{m}}$

7. Trajectoire circulaire car $\|\vec{a}\|$ constant et $\vec{a}$ perpendiculaire à $\vec{v}$