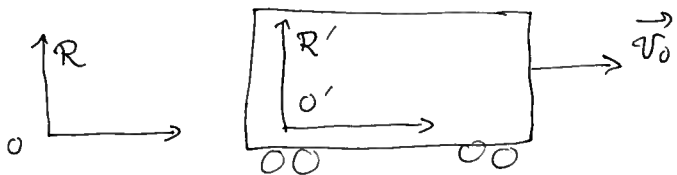


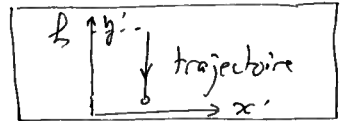
5. (a)



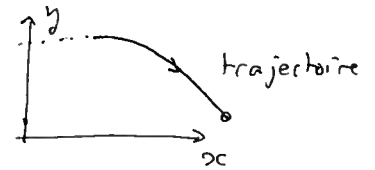
• R Galiléen $\Rightarrow R'$ Galiléen (translation rectiligne uniforme)

• $\vec{OM} = \vec{OO'} + \vec{O'M} \Rightarrow \boxed{x = v_0 t + x'}$ et $\boxed{y = y'}$

• R' Galiléen $\Rightarrow$ système = bille $\begin{cases} m \frac{d^2 y'}{dt^2} = -mg \\ m \frac{d^2 x'}{dt^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = v_0 t = x_0' \\ y' = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

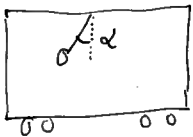


$\begin{cases} x = x' + v_0 t = x_0' + v_0 t \\ y = y' = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

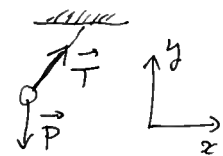


(b) système = wagon, ref. Galiléen R , PFD: $M \frac{d^2 x}{dt^2} = F$ (masse M)

R' lié à O' non Galiléen car accéléré / R



ref R Galiléen } PFD: $m \vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$
système = bille }
 $\vec{a}$ = accélération absolue } $\begin{cases} m a_x = 0 + T \sin \alpha \\ 0 = m a_y = -P \cos \alpha + T \sin \alpha \end{cases}$



d'où $m a_x = m a_{\text{wagon}} = m \frac{F}{M} = T \sin \alpha = \frac{P}{\tan \alpha} \sin \alpha = \frac{P}{\cos \alpha} = \frac{m g}{\cos \alpha}$

soit $\frac{F}{M} = \frac{g}{\cos \alpha}$

$\boxed{\alpha = \arccos \left(\frac{Mg}{F} \right) = \arccos \left(\frac{g}{a_{\text{wagon}}} \right)}$

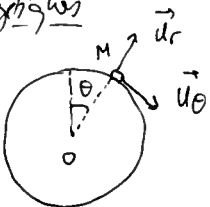
accélération absolue du wagon

autre méthode: R' non Galiléen } PFD: $m \vec{a}' = \vec{P} + \vec{T} + \vec{J}_{de} = \vec{P} + \vec{T} - m \vec{a}_{\text{wagon}}$
système = bille }
 $\vec{a}'$ = accélération relative } $\vec{a}' = \vec{0}$ car équilibre dans $R' \Rightarrow \boxed{\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}_{\text{wagon}}}$
 $\rightarrow$ même équation.

Dans R la bille a le même mouvement que le wagon: uniformément accélérée

Aspects énergétiques

(a)



référentiel fixe R : $m \vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$

projection sur $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$: $\begin{cases} m a_r = R - P \cos \theta \\ m a_\theta = P \sin \theta \end{cases}$

d'autre part: repère mobile: $\vec{OM} = \rho \vec{u}_r$ avec ρ fixe

$\frac{d\vec{OM}}{dt} \Big|_R = \rho \frac{d\vec{u}_r}{dt} = \rho \dot{\theta} \vec{u}_\theta$ $\frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} \Big|_R = \rho \ddot{\theta} \vec{u}_\theta + \rho \dot{\theta}^2 \vec{u}_r = \vec{a}$

donc $\begin{cases} -m \rho \dot{\theta}^2 = R - P \cos \theta & (1) \\ m \rho \ddot{\theta} = P \sin \theta & (2) \end{cases}$

on peut intégrer la 2^e équation en multipliant par $\dot{\theta}$: $m \rho \ddot{\theta} \dot{\theta} = P \sin \theta \dot{\theta}$
ce qui donne: $\frac{1}{2} m \rho \dot{\theta}^2 = -P \cos \theta + \text{cste}$ (2') or à $t=0$ on a $\begin{cases} \frac{1}{2} m \rho \dot{\theta}^2 = 0 \\ \cos \theta = 1 \end{cases}$

donc $\frac{1}{2} m \rho \dot{\theta}^2 = P(1 - \cos \theta)$

on remplace dans (1): $-m \rho \dot{\theta}^2 = -2P(1 - \cos \theta) = R - P \cos \theta$

soit $\boxed{R = 3P \cos \theta - 2P = (3 \cos \theta - 2) mg}$ le point dévale du la sphère quand $R=0$
c'est à dire quand $\boxed{\cos \theta = \frac{2}{3}}$