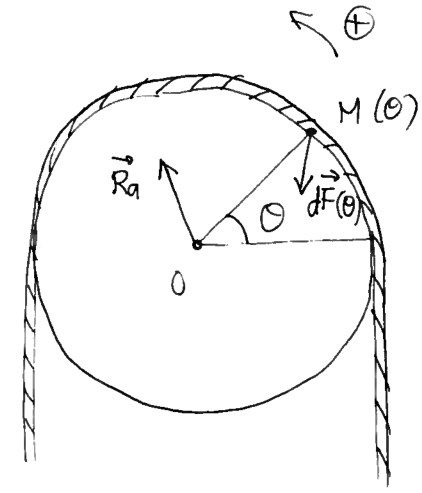
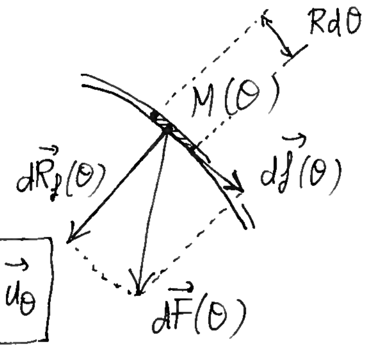
(b)



$\vec{R_a}$ = réaction de l'axe
$\vec{dF}(\theta)$: force du fil sur la poulie au point $M(\theta)$ sur la longueur $Rd\theta$



on décompose : $\boxed{\vec{df}(\theta) = -dR_f(\theta)\,\vec{u_r} - df(\theta)\,\vec{u_\theta}}$

Théorème du Moment cinétique :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I_0\,\ddot{\theta}\,\vec{u_z} = \Sigma\,\vec{\mathcal{M}}(\vec{F}) = \underbrace{\vec{OO}\wedge\vec{R_a}}_{=\vec{0}} + \int_0^{\pi} \vec{OM}(\theta)\wedge\vec{dF}(\theta)\,d\theta$$

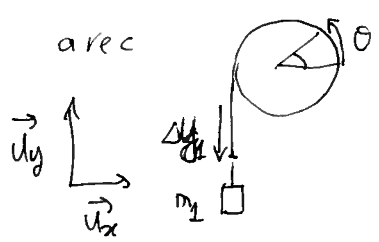
$$I_0\,\ddot{\theta}\,\vec{u_z} = \int_0^{\pi} R\vec{u_r}\wedge\left[-dR_f(\theta)\,\vec{u_r} - df(\theta)\,\vec{u_\theta}\right]d\theta$$

$$= -R\int_0^{\pi} df(\theta)\,d\theta\,\left(\vec{u_r}\wedge\vec{u_\theta}\right) = -R\int_0^{\pi} df(\theta)\,d\theta\;\vec{u_z}$$

d'où : $\boxed{I_0\,\ddot{\theta} = -R\int_0^{\pi} df(\theta)\,d\theta}$

(c) masse m_1 : $m_1\vec{a_1} = m_1\vec{g} + \vec{T_1}$ masse m_2 : $m_2\vec{a_2} = m_2\vec{g} + \vec{T_2}$

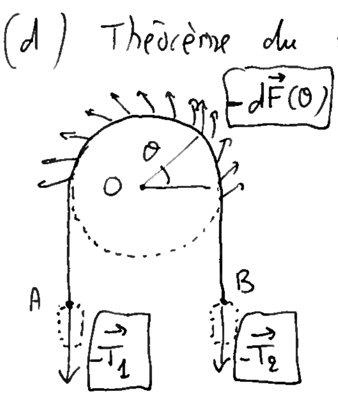
avec



$\Delta y_1 = -R\theta$ donc $\begin{cases} a_1 = -R\ddot{\theta} \\ a_2 = R\ddot{\theta} \end{cases}$ (si $\ddot{\theta} > 0$ $a_1 < 0$)

d'où : $\boxed{\begin{cases} -m_1 R\ddot{\theta} = -m_1 g + T_1 \\ m_2 R\ddot{\theta} = -m_2 g + T_2 \end{cases}}$

(d) Théorème du moment cinétique pour le fil :



$$\frac{d\vec{L}_{fil}}{dt} = \vec{0} = \vec{OA}\wedge\left(-\vec{T_1}\right) + \vec{OB}\wedge\left(-\vec{T_2}\right) + \int_0^{\pi}\vec{OM}(\theta)\wedge\left(-\vec{dF}(\theta)\right)d\theta$$

$$\vec{0} = \left(-R\vec{u_x} - y_A\vec{u_y}\right)\wedge\left(-T_1\vec{u_y}\right) + \left(+R\vec{u_x} - y_B\vec{u_y}\right)\wedge\left(-T_2\vec{u_y}\right)$$

$$+ \int_0^{\pi} R\vec{u_r}\wedge\left(+dR_f(\theta)\,\vec{u_r} + df(\theta)\,\vec{u_\theta}\right)d\theta$$

$$\boxed{\vec{0} = RT_1\vec{u_z} - RT_2\vec{u_z} + R\int_0^{\pi} df(\theta)\,d\theta\;\vec{u_z}}$$