

EXPOSES - 2006

01. Utilisation d'arbres, de tableaux, de diagrammes pour des exemples de dénombrement. Dénombrement des arrangements et des permutations.
02. Exemples de problèmes dont la résolution fait appel à l'utilisation de graphes, orientés ou non.
03. Coefficients binomiaux, dénombrement des combinaisons, formule du binôme. Applications.
04. Description mathématique d'une expérience aléatoire: événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'événements élémentaires est fini).
05. Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilité.
06. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.
07. Schéma de Bernoulli et loi binomiale. Exemples.
08. Séries statistiques à deux variables numériques. Nuage de points associé. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
09. Propriétés axiomatiques de \mathbb{N} . Construction de \mathbb{Z} .
10. Division euclidienne dans \mathbb{Z} , unicité du quotient et du reste. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
11. PGCD de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
12. Sous-groupes additifs de \mathbb{Z} . Egalité de Bézout. Résolution dans \mathbb{Z} d'une équation de la forme $ax + by = c$.
13. Nombres premiers; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
14. Congruences dans \mathbb{Z} . Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
15. Construction du corps \mathbb{Q} des rationnels. Nombres décimaux, développement décimal d'un nombre rationnel.
16. Construction du corps \mathbb{C} des complexes. Propriétés.
17. Module et argument d'un nombre complexe. Interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.
18. Interprétation géométrique des applications de \mathbb{C} dans \mathbb{C} définies par $z \mapsto z + b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \bar{z}$, où a et b appartiennent à \mathbb{C} , a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.
19. Étude de la fonction de \mathbb{C} dans \mathbb{C} définie par $f : z \mapsto \frac{z - a}{z - b}$, où a, b sont complexes. Lignes de niveau pour le module et l'argument de la fonction f . Applications.
20. Racines n -ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Applications.
21. Définition vectorielle d'une droite du plan, d'une droite ou d'un plan de l'espace. Représentations paramétriques. Génération des demi-droites, des segments. Parallélisme.
22. Équation cartésienne d'une droite du plan. Problèmes d'intersection, parallélisme. Condition pour que trois droites soient concourantes.

23. Droites et plans dans l'espace. Positions relatives; plans contenant une droite donnée.
24. Théorème de Thalès. Applications à la géométrie du plan et de l'espace.
25. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Application à l'étude de configurations du plan ou de l'espace.
26. Homothéties et translations; transformation vectorielle associée. Effet sur l'alignement, les directions, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.
27. Composées d'homothéties et de translations du plan. Groupe des homothéties-translations. Applications.
28. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).
29. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan; expression dans une base orthonormale. Application au calcul de distances et d'angles.
30. Le cercle. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Point de vue géométrique et point de vue analytique. Lien entre les deux points de vue.
31. Théorème de l'angle inscrit. Cocyclicité. Applications.
32. Relations métriques dans un triangle rectangle. Trigonométrie. Applications.
33. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle quelconque. Applications.
34. Droites remarquables du triangle : bissectrices, hauteurs, médianes, médiatrices... (dans l'ordre que l'on voudra).
35. Produit vectoriel dans l'espace euclidien orienté de dimension trois. Point de vue géométrique, point de vue analytique. Applications.
36. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, d'aires, de volumes, d'angles...
37. Orthogonalité dans l'espace affine euclidien : droites orthogonales, droite orthogonale à un plan, plans perpendiculaires. Applications.
38. Réflexion du plan échangeant deux points donnés; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).
39. Réflexions du plan échangeant deux droites sécantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).
40. Recherche des isométries du plan conservant un carré, un losange, un parallélogramme, un rectangle (dans l'ordre que l'on voudra).
41. Rotations planes. Notion d'angle. (On pourra traiter ces notions dans l'ordre que l'on voudra.)
42. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.
43. Étude des transformations du plan euclidien qui conservent les rapports de distances.
44. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).
45. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés; plan médiateur, régionnement associé. Étude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.
46. Réflexions et rotations de l'espace. Effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

47. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente; interprétation cinématique.
48. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite; équivalence entre ces définitions. Construction de la tangente et de la normale en un point.
49. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite; équivalence entre ces définitions.
50. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite; équivalence entre ces définitions.
51. Exemples de représentation paramétrique des coniques; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, une hyperbole.
52. Suites monotones, suites adjacentes. Approximation d'un nombre réel, développement décimal. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
53. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Limites et relation d'ordre.
54. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie: comparaison, opérations algébriques, composition par une application.
55. Étude des suites de terme général a^n , n^b et $n!$ ($a \in \mathbb{C}, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$). Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
56. Étude de suites de nombres réels définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
57. Exemples d'étude de la rapidité de convergence d'une suite réelle $(u_n)_n$ vers une limite ℓ : cas où $|u_n - \ell|$ est dominé par n^{-a} , par k^n . . . L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
58. Limite finie d'une fonction à valeurs réelles en un point a de \mathbb{R} . Opérations algébriques sur les limites. Continuité d'une fonction en un point. Exemples.
59. Limite à l'infini d'une fonction à valeurs réelles. Branches infinies de la courbe représentative d'une fonction. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
60. Image d'un intervalle par une fonction continue, cas d'un segment. Cas d'une fonction continue strictement monotone.
61. Dérivée en un point, meilleure approximation affine, interprétation géométrique. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
62. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.
63. Fonction réciproque d'une fonction strictement monotone sur un intervalle de \mathbb{R} . Étude de la continuité, de la dérivabilité. Exemples.
64. Comparaison des fonctions: domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.
65. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
66. Théorème de Rolle. Applications.
67. Formules de Taylor. Applications.
68. Développements limités, opérations sur les développements limités.
69. Fonctions polynômes.
70. Fonctions logarithmes.
71. Fonctions exponentielles.

72. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln(x)$ au voisinage de $+\infty$. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
73. Caractérisation des fonctions exponentielles réelles par l'équation fonctionnelle : $f(x + y) = f(x) \times f(y)$.
74. Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
75. Applications de la dérivation à l'étude des extremums éventuels d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
76. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.
77. Intégration par parties, par changement de variable. Exemples et applications.
78. Diverses méthodes de calcul approché d'intégrales définies. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
79. Méthodes d'approximation des zéros d'une fonction numérique réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
80. Étude des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants. Exemples.
81. Exemples d'approximation d'une solution d'une équation différentielle par la méthode d'Euler. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.